

MALYNÁR

Číslo 3 • Marec 2007

Zimná časť 16. ročníka



Nazdar!

Čaute malynárce, malynárky, malynárčatá! Prešlo pár dní (týždňov, mesiacov...), a tak som tu s novou sériou Najlepšieho Korenšpondenčného Seminára Na Svete, v istých kruhoch tiež známeho ako Malynár. Ako vždy, dostáva sa k vám neskôr ako vždy, ale nevádi, o to menej času vám aspoň ostane, aby ste sa nad ním trápili:) A čo sa vlastne medzičasom udialo? Mäkučkého hebučkého zajka ste (takmer) zachránili, takže tu máme novú zápletku exkluzívne len pre Vás. Očakávajte viac napätia, nečakaných zvrátov, romantiky a samozrejme aj matiky:) Tu sa moje poslanie končí, rad je na Vás. Tak smelo!

Malynár

Vzorové riešenia úloh 2. série Zimnej časti

Úloha č. 1:

opravoval Lucia Fabišíková & Vlado „Droopy“ Novák

Zadanie:

Bača si spomenul len na to, že ak by svoje ovce rozdelil do dvojíc, jedna by mu zvýšila. Ak by ich rozdelil do trojíc, takisto by mu jedna zvýšila. Ak by ich rozdelil do päťíc, tiež by mu zvýšila jedna ovca a ak by ich rozdelil do šestic, stále by mal jednu ovcu nazvyš. Ak by ich však rozdelil po siedmich, neostala by mu ani jedna ovca nazvyš. Koľko najmenej oviec má bača?

V tomto príklade pomáhali deti zistiť bačovi, koľko najmenej oviec vlastní. Existuje viacero možností, ako sa to dá vypočítať. Ukážeme vám dve - jednu jednoduchšiu a druhú, ktorá je skôr určená starším riešiteľom.

Riešenie 1:

Bača má ovce, nevie síce ich počet, ale vie, že ak by ovce rozdelil do skupín po sedem, žiadna by nezostala nazvyš, čiže počet oviec musí byť násobkom 7, to je 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119,... Ak by ovce rozdelil po 2, 3, 5 alebo 6, zvýšila by jedna. Z toho vyplýva, že počet oviec nemôže byť deliteľný 2, 3, 5 ani 6. Z nášho radu násobkov 7 teda vylúčime tie, ktoré sa niektorým z týchto čísel deliť dajú. Ostali nám čísla 7, 49, 77, 91, 119, atď. Pozrime sa teraz bližšie na násobky 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30,... Ako ste si isto všimli, ak je číslo deliteľné 5, musí končiť na 0 alebo 5. My však chceme, aby po delení 5 bol zvyšok 1, preto hľadáme číslo o jedno väčšie, končiace na 1 alebo 6. Z nášho radu vyskúšame preto tie, ktoré splnia aj túto podmienku. Prvé také číslo je 91. Skúška: $91 : 2 = 40$ zv.1, $91 : 3 = 30$ zv.1, $91 : 5 = 18$ zv.1, $91 : 6 = 15$ zv.1, $91 : 7 = 13$ zv.0. Číslo 91 vyhovuje, preto ďalej hľadať nemusíme. Ak by ani toto nevyhovovalo, museli by sme začať počítať ďalej s vyššími násobkami čísla 7. rovnakým postupom.

Riešenie 2:

Vieme, že ak ovce rozdelíme po 2, 3, 5, alebo 6, zvýši nám 1 ovca, a že musíme nájsť najmenší možný počet. Ak je nejaké číslo deliteľné 6, potom je deliteľné aj tri, stačí predsa rozdeliť skupiny po šesť napoly. Tak isto číslo, ktoré je deliteľné šesť, je deliteľné aj dva, skupiny po šesť by sme v tomto prípade rozdelili každú na tri. Preto nám stačí nájsť číslo deliteľné 5 a 6, a keďže má byť čo najmenšie, hľadáme najmenší spoločný násobok 5 a 6, označme ho nsn. Hľadané číslo má však mať po delení 5 a 6 zvyšok 1, čiže k tomuto nsn (alebo k jeho násobku) pripočítame 1 a skúsime, či je deliteľné 7. Ak áno, potom je to riešenie. Prvý nsn je 30, $30 + 1 = 31$, ale 31 nie je deliteľné 7. Preto nsn ideme násobiť: $30 \cdot 2 = 60$, po pripočítaní 1 je to 61, čo tiež nie je deliteľné 7. Násobíme ďalej: $30 \cdot 3 = 90$, o jedno väčšie je 91, a je aj deliteľné 7. Číslo 91 je našim riešením, takže bača mal aspoň 91 oviec.

Komentár:

Čo dodať na záver? Snáď len toľko, že túto úlohu ste vyriešili mnohí na plný počet bodov. Avšak stále niektorí nepíšete presný postup riešenia a my sme potom smutní, že vám musíme stiahnuť za to body:- (Takže píšete dlhánske postupy, pretože ich radi čítame. Ďalšie body ste mohli stratiť, ak ste neoverili, či skutočne číslo 91 vyhovuje pre všetky rozdelenia do skupín. Inak sme boli s vašimi riešeniami spokojní:-)

Úloha č. 2:

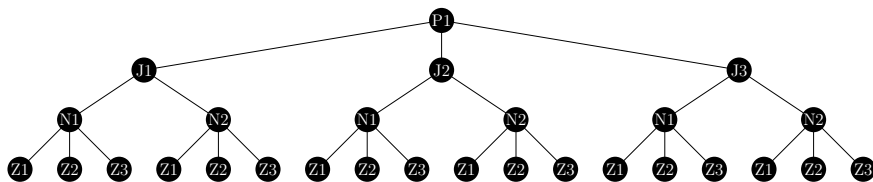
opravovali Tomáš Kocák & Katka Potpinková

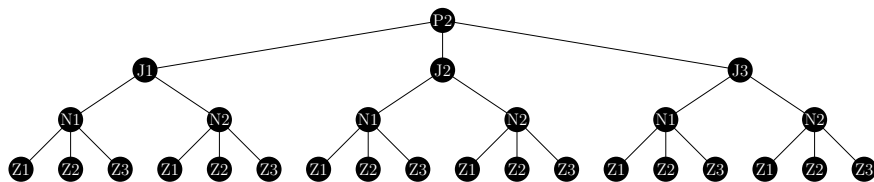
Zadanie:

V motoreste ponúkali dva druhy polievok (kuraciu a zeleninovú), tri druhy hlavného jedla (vyprášaný syr, kuracie mäso na smotane a bravčový rezeň), dva druhy nápojov (džús a minerálku) a tri druhy zákuskov (ovocný, čokoládový a orechový). Koľko rôznych kombinácií jedál si môže Marika vybrať, ak chce jednu polievku, jedno hlavné jedlo, jeden nápoj a jeden zákusok?

Riešenie:

Skúsme si tieto jedlá nakresliť. V prvom riadku sú polievky očíslované číslami od 1 do 2. V druhom riadku sú hlavné jedlá očíslované číslami od 1 do 3. V treťom riadku sú nápoje očíslované od 1 do 2 a v poslednom štvrtom riadku sú zákusky očíslované od 1 do 3.





Ak si vyberieme polievku s číslom 1, ako je to na prvom obrázku, máme 18 možností na to, ako si vybrať jednu kombináciu všetkých štyroch jedál. Ak si vyberieme polievku číslo 2, je to opäť 18 možností ako si vybrať jednu kombináciu zo všetkých štyroch jedál. Spolu to je 36 možností.

Komentár:

Táto úloha patrila k tým menej náročným. Nájst výsledok nebolo ťažké, ale výsledok nie je všetko. Dôležitý je aj postup, akým sa úloha dá vypočítať. Táto úloha sa dala pekne vyriešiť za pomoci jedného, alebo viacerých obrázkov, ako ste si mohli všimnúť aj vo vzorovom riešení. Obrázok je dobrá vec, ale nie, ak nie je napísané, čo na obrázku má byť. To potom môžeme len hádať, čo to je, a o tom, ako ste príklad vypočítali, tiež nič nevieme. Tí, čo mali správny výsledok a prehľadný obrázok, napísané ako postupovali, alebo iné pekné a originálne riešenie, boli z našej strany ohodnotení piatimi bodmi.

Úloha č. 3:

opravovali Maja „Černica“ Černicová & Vlado „Droopy“ Novák

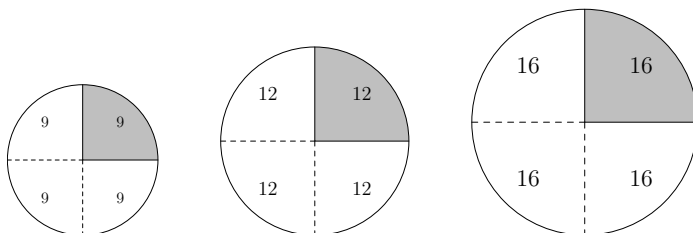
Zadanie:

V noci sa Jožko zobudil a zbadal hrniec zemiakov. Celú porciu rozdelil na dve rovnaké časti (aby bolo v každej rovnako veľa zemiakov) a z jednej časti polovicu zjedol. Potom šiel zase spať. O chvíľu sa zobudila Katka a aby boli zemiaky chutnejšie, pomiešala ich dokopy. Celú dávku, ktorá ostala, rozdelila aj ona na dve rovnaké časti a polovicu z jednej zjedla. To isté potom urobil aj Rado. Posledná sa zobudila Marika a zjedla všetkých 27 zemiakov, čo ostalo v hrnci. Koľko zemiakov bolo pôvodne v hrnci? Ktoré z detí zjedlo najviac zemiakov?

Riešenie:

Najjednoduchšie bude začať od konca, lebo vieme, koľko zemiakov bolo na konci, to sú tie, ktoré zjedla Marika. Rado rozdelil zemiaky na polovice a tie zase na polovice. Vznikli nám 4 rovnaké časti, z ktorých jednu zjedol Rado a 3 nechal Marike. Marika zjedla 27 zemiakov, to sú tie tri časti, takže jedna časť je $27:3=9$ zemiakov. V každej zo štyroch častí teda bolo 9 zemiakov, a jednu z nich zjedol Rado (OBR. 1). Predtým, ako Rado zjedol svojich 9 zemiakov, boli v hrnci všetky štyri časti, teda $4 \times 9 = 36$ zemiakov. Pred ním jedla Katka, tá tiež rozdelila zemiaky na 4 rovnaké časti, z toho jednu zjedla a zvyšok nechala. Ten zvyšok bolo 36 zemiakov v troch častiach. V jednej časti bolo $36:3=12$ zemiakov, takisto v tej, ktorú zjedla Katka, čo znamená, že Katka mala v hrnci na začiatku $4 \times 12 = 48$ zemiakov (OBR. 2). Aj Jožko nechal Katke tri rovnaké časti zemiakov, a jednu takú zjedol. Jožko nechal v hrnci 48 zemiakov, a tvorili ich tri časti. Štvrtú časť zjedol. Ak 48 sú tri časti, potom jedna časť je $48:3=16$ zemiakov, toľko zjedol

Jožko. Na začiatku museli byť v hrnci všetky štyri časti, čo je $16 \times 4 = 64$ zemiakov (OBR. 3). V priložených obrázkoch môžeme zreteľne vidieť, koľko zemiakov zjedli jednotlivé deti: Marika: 27 Rado: 9 Katka: 12 Jožko: 16 Najviac zemiakov zjedla Marika.



Komentár:

Celkovo vás chceme pochváliť. Celé riešenie bolo postavené na správnom porozumení zadaniu úlohy. Preto tým z vás, čo ste nejaký ten bodík stratili, by som pri podobných úlohách radil niekoľkokrát si prečítať zadanie, aby ste náhodou nevyriešili niečo iné, ako sme od vás chceli. Druhá veľmi nápomocná vec, na ktorú by som chcel upozorniť, je používanie nákresov pri riešení príkladu. Aj v prípadoch, kde sa nejedná o geometrickú úlohu, sú naozaj veľmi nápomocné. To si môžete všimnúť aj v niektorých vzorových riešeniach ku príkladom. Preto už len pokračujte v takých pekných a hlavne správnych riešeniach ako v tomto príklade.

Úloha č. 4:

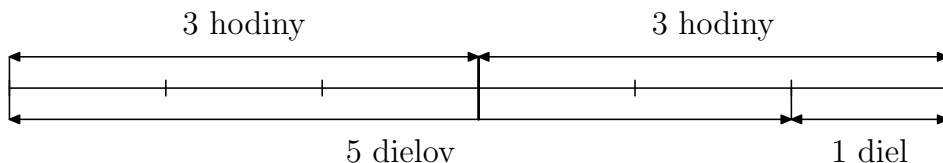
opravovali Marcel Štubňa & Aďa Szilagyiová

Zadanie:

Stráže pred bránou sa pravidelne menia každé tri hodiny, stará stráž odchádza cez bránu do dvora a nová o chvíľu prichádza pred bránu. Medzitým je brána chvíľu otvorená a nikto ju nestráži, deti by sa stihli prešmyknúť. Predposledná výmena stráží bola pred päťkrát takým dlhým časom, aký ešte chýba do najbližšej výmeny. O koľko minút bude najbližšia výmena stráží?

Riešenie:

Ako prvé si zistíme, s akým časom máme počítať, teda koľko hodín prejde od predposlednej výmeny po nasledujúcu. Od jednej výmeny po ďalšiu sú to 3 hodiny, ale treba si uvedomiť, že medzi predposlednou a nasledujúcou výmenou je ešte jedna, a to posledná. Preto od predposlednej po poslednú prejdú 3 hodiny a od poslednej po nasledujúcu tiež 3, čo je spolu 6 hodín. Ďalej vieme, že 5-krát taký dlhý čas už prešiel, aký ešte musíme počkať. Čiže prešlo nejakých 5 rovnakých dielov času a jeden taký istý diel ešte ostáva. Spolu je to 6 rovnakých dielov, ktoré tvoria dokopy 6 hodín. Isto je vám už jasné, že jeden diel je potom 1 hodina. Znamená to, že 5 dielov (päť hodín) už prešlo a jeden diel (jedna hodina) ostáva do ďalšej výmeny. Otázka bola však koľko je to minút. Keďže jedna hodina je 60 minút, do nasledujúcej výmeny ostáva ešte 60 minút.

**Komentár:**

Prvá a najčastejšia chyba bola v nepochopení zadania-zabudli ste na to, že medzi predposlednou a nasledujúcou výmenou je ešte tá posledná. Ak ste aj potom zvyšok vypočítali dobre, nemohol vám vyjsť správny výsledok. Na druhej strane, mnohí ste dobrý výsledok mali, ale niektorí ste zase zabudli napísať ho v minútach. Našli sa však aj veľmi pekné riešenia, za čo vás chválím.

Úloha č. 5:

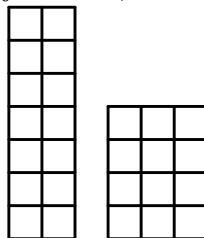
opravoval Rišo Dubiel

Zadanie:

Jožko si všimol, že na chodbe je na stene 7 rovnakých svietnikov. V každom svietniku sú dve sviečky, modrá a červená. Okrem týchto svietnikov je pri dverách ešte jedna červená sviečka. Sviečky vrhajú na steny tieň v tvare obdĺžnikov. Tieň každej modrej sviečky má strany dlhé 2 cm a 7 cm, tieň každej červenej má strany dlhé 4 cm a 3 cm. Tieň ktorých sviečok zatienujú väčšiu časť steny, modrých alebo červených?

Riešenie:

Prvá vec, ktorá by nás mohla zaujímať, je počet sviečok - koľko tam vlastne je tých modrých a koľko červených. Sedem svietnikov, v každom jedna modrá a jedna červená, no a pri dverách je ešte jedna červená, to máme 7 modrých a $7+1=8$ červených. Je jasné, že každá jedna sviečka nám vrhá jeden tieň, a teda tieňov modrých sviečok je 7, zatiaľ čo tieňov červených sviečok je 8. Zadanie sa nás pýta, či väčšiu plochu zaberajú tieňe modrých alebo červených sviečok. Mali by sme teda porovnať, či väčšiu časť steny zaberajú tieňe všetkých siedmich modrých sviečok, alebo tieňe všetkých ôsmich červených sviečok. No a teraz prišiel čas sa spýtať ako tie tieňe vlastne vyzerajú. Tak si ich nakreslime. Keď štvorčeky v tieňoch porátame, zistíme, že tieň modrej sviečky zaberá dokopy 14 štvorčekov, zatiaľ čo tieň červenej sviečky 12 štvorčekov. Teraz si spomenieme na to, čo sme si povedali na začiatku, že tieňov červených sviečok je 8 a tých modrých 7, a teda že dokopy zaberajú tie červené tieňe $12+12+12+12+12+12+12+12=8 \times 12=96$ štvorčekov. No a tie modré zaberajú $14+14+14+14+14+14+14=7 \times 14=98$ štvorčekov. Väčšie číslo je samozrejme 98, inak povedané, tieňe modrých sviečok zatienujú väčšiu časť steny ako tieňe červených sviečok. Modrá je proste dobrá!)

**Komentár:**

Pár z vás porovnávalo veľkosť jedného "modrého" tieňa s jedným "červeným", a to nie je tak úplne to, čo sme chceli:) Trebalo porovnať celú plochu zatienujú

červenými sviečkami s celou plochou zatienenou modrými sviečkami. Ale väčšina má za úlohu 5 bodov, a som z toho úplne dojatý;)

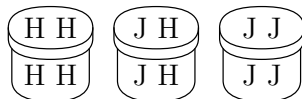
Úloha č. 6:

opravoval Katka Potpinková & Tomáš Kocák

Zadanie: Veber dal doniesť tri rovnaké škatule. Na jednej bol vrchnák s nápisom JABLKO-HRUŠKA, na druhej JABLKO-JABLKO a na tretej HRUŠKA-HRUŠKA. Potom povedal: „V škatuliach sú jablká a hrušky, tak ako to vidíte na vrchnákoch, teda v jednej sú dve jablká, v ďalšej dve hrušky a v poslednej jedna hruška a jedno jablko. Vrchnáky som vymenil tak, že ani jeden nie je na správnej škatuli. Môžete vytiahnuť jeden kus ovocia z ktorejkoľvek škatule (no iba z jednej). Do škatule sa pritom nesmiete pozrieť. Potom mi musíte povedať, v ktorej škatuli je aké ovocie.“ Z ktorej škatule majú deti vytiahnuť ovocie a ako im to pomôže, aby určili, kde je aké ovocie?

Riešenie:

Pre zjednodušenie si označenia JABLKO – JABLKO, JABLKO – HRUŠKA a HRUŠKA – HRUŠKA skrátime a budeme používať už len JJ, JH a HH. Najskôr sa pozrime na to, ako mohol Veber vrchnáky vymeniť. Pôvodne boli vrchnáky na správnych škatuliach, ako je to na prvom obrázku. Vrchnák z prvej škatule označený písmenami HH mohol dať na dve rôzne miesta. Ak Veber presunul vrchnák HH na škatuľu JH, tak vrchnák JJ nesmie ísť na škatuľu s označením JJ a teda musí ísť na škatuľu HH. Táto možnosť je na druhom obrázku. Druhá možnosť je, že Veber presunul vrchnák HH na škatuľu JJ. v takom prípade vrchnák JH nemôže byť na škatuli s označením JH a tak musí byť na škatuli HH. Pre posledný vrchnák ostala posledná škatuľa. Vrchnák JJ pôjde na škatuľu s označením JH. Takáto možnosť je na treťom obrázku. Keďže vrchnák HH už nemôžeme presunúť na inú škatuľu, tak možnosti na druhom a treťom obrázku sú jediné možnosti ako mohol Veber vymeniť vrchnáky na škatuliach. Čo si teraz môžeme všimnúť? Ak by som vytiahol ovocie spod vrchnáka s nápisom JJ, môže sa stať, že vytiahnem hrušku. Keďže pod vrchnákom JJ môže byť iba JH, alebo HH, neviem rozhodnúť, čo sa v skutočnosti pod vrchnákom nachádza. Ak by som vytiahol jablko zo škatule na ktorej je napísané HH, opäť neviem rozhodnúť čo v skutočnosti pod vrchnákom je. Takže tieto dve možnosti asi nebudú tie správne. Tak teda skúsím poslednú možnosť. Môžu nastať dve situácie. Ak vytiahnem jablko zo škatule na ktorej je napísané JH, v tejto škatuli sú v skutočnosti dve jablká. v škatuli s nápisom HH už dve hrušky byť nemôžu, a tak je v nej jablko a hruška a v poslednej škatuli s nápisom JJ už môžu byť jedine dve hrušky. To je rozmiestnenie vrchnákov ako na druhom obrázku. Druhá situácia je, ak vytiahnem hrušku zo škatule, na ktorej je napísané JH. V tejto škatuli sú v skutočnosti dve hrušky. Na škatuli s nápisom



JJ už nemôžu byť dve hrušky, a tak jediné, čo v tejto škatuli môže byť, je jablko a hruška. V poslednej škatuli s nápisom HH môžu byť len dve jablká. Teraz sme dostali možnosť, ktorá je na treťom obrázku. Deti by mali vytiahnúť ovocie zo škatule s nápisom JH.

Komentár:

Pri tejto úlohe bolo veľa správnych riešení. Jediný problém je, že nie každý píše postup riešenia.

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Gymnázium Poštová 9, Košice
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- Pergamon, s.r.o., Strojárska 3, Košice
- Konto Orange

Názov: MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 3 • Marec • Zimná časť 16. ročníka (2006/2007)
Internet: <http://malynar.strom.sk>

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: <http://zdruzenie.strom.sk>
E-mail: zdruzenie@strom.sk