

# MALYNÁR

Číslo 4 • Marec 2009

Letná časť 18. ročníka



## Ahoj!

*Tak, ako sa skončilo sústredenie, končí sa aj zima. S blížiacou sa jarou a krásnym počasím prichádza aj ďalšia séria nemenej krásnych príkladov. Veríme, že po týždni voľna ste plní nových síl a s chuťou sa pustíte do riešenia. Prajeme vám veľa dobrých nápadov.*

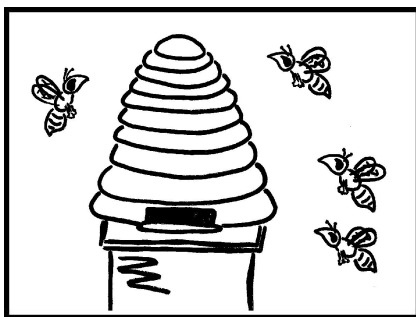
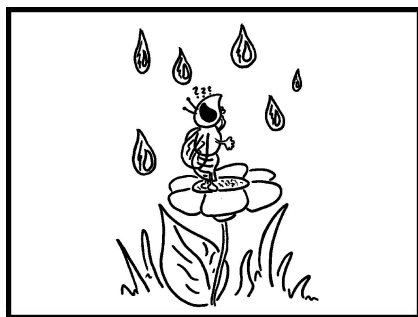
*Vedúci Malynára*

### Zadania úloh 1. série Letnej časti

**Termín odoslania: 6. apríl 2009**

V nádhernej, smogom neznečistenej, odpadkami nepoznačenej krajine, kde ľudia už dávno prišli na to, ako zaplátať ozónovú dieru i obnoviť vyčerpané zdroje energie, sa nachádza jedno veľké včelie kráľovstvo. V tomto kráľovstve nerušene žijú včeličky a produkujú ten najlepší med v celom kraji. V kráľovstve vládne pracovná nálada. Veď nie nadarmo sa hovorí „pracovitý ako včielka“. Len čo sa včielky zobudia, vyberú sa na lúku plnú voňavých kvietkov, aby nazbierali čo najviac nektáru, z ktorého potom môžu vyrobiť med.

Začalo sa to ako každý iný deň. Slnko svietilo, vtáčiky štebotali a včielky sa ako zvyčajne vybrali na ich obľúbenú lúku zbierať nektár. Vtom sa však na oblohe zjavili veľké mračná, zabľýskalo sa, zahrmelo a spustil sa prudký dážď. Včielky sa preľakli. Všetky sa chceli naraz dostať do úľa, no zabudli na včely-strážkyne, ktoré chránia úl pred zlodejskými sršňami a inou príživníckou hávedou. Kvôli nedávnomu útoku bol vstup do úľa prísne kontrolovaný.



#### Úloha č. 1:

Do úľa sa dá vojsť piatimi otvormi. Tie sú teraz v sprísnenom režime. Tento režim vyzerá tak, že prvý otvor je otvorený, druhý otvor je uzavretý, tretí otvor je otvorený, štvrtý otvor je uzavretý a piaty otvor je otvorený. Ak nejaká včielka otvorí uzavretý otvor, susedné otvory sa zmenia na opačné, ako boli. Čiže ak bol niektorý zo susedných otvorov

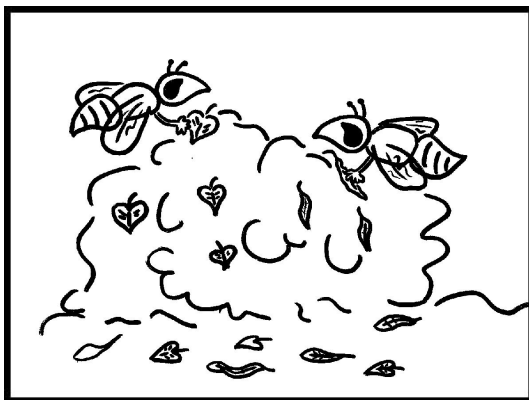
otvorený, uzavrie sa, ak bol zatvorený, otvorí sa. To isté sa stane, ak sa zavrie otvorený otvor, susedné otvory zmenia stav na opačný. Ako treba postupovať, ak včielky chcú čo najrýchlejšie spriechodniť všetky otvory?

Ako búrka prišla, tak aj odišla. Slniečko opäť vykuklo spoza mrakov a včielky išli obzrieť neplechu, ktorú búrka narobila. Škody boli naozaj veľké.

### Úloha č. 2:

Na ich obľúbenej lúke ostalo iba šesť kvietkov: Astra, Bazalka, Cínia, Echinacea, Fialka a Gerbera. Zdesené touto pohromou sa včielky rozhodli, že vybudujú kvietkom ochranu proti vetru a proti krúpam. Na obdĺžnikovú plochu s vrcholmi postupne v Astre, Bazalke, Cínii a Echinacee položili platňu z vosku s obsahom  $60 \text{ m}^2$ . Obdĺžnik, ktorého vrcholmi boli postupne Astra, Fialka, Gerbera a Echinacea, mal dvakrát väčší obsah, ako obdĺžnik, ktorého vrcholmi boli postupne Fialka, Bazalka, Cínia a Gerbera. Vzdialenosť Astry od Bazalky bola 6 m. Vypočítajte, akú najmenšiu plochu by musela mať vosková strecha, ktorá by zakryla celý kus lúky vymedzený Astrou, Fialkou, Gerberou a Echinaceou. Koľko metrov pavučiny by bolo treba na ohradenie tejto plochy? (V prípade, že má úloha viac riešení, nájdite všetky.)

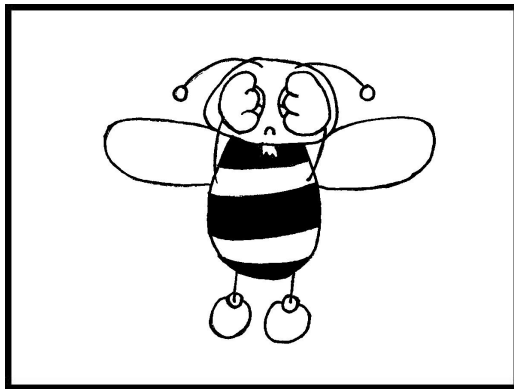
Kým ostatné včielky pracovali na ochrane lúky, včielka Lucka a včielka Milka odleteli k neďalekému zázračnému kriku, na ktorom rástli dva druhy lístkov: lístky v tvare srdiečka a podlhovasté lístky. Keby sa naň len pozreli, na tom by ešte nebolo nič, ale ony z neho začali trhať lístky!



### Úloha č. 3:

Odtrhnuté lístky hádzali včielky na zem. Lucke sa páčili lístky v tvare srdiečka a tak stále odtrhovala iba tie. Milke zas tie podlhovasté a tak tiež stále trhala iba tie. Všimli si, že každý štvrtý Luckin a každý piaty Milkin lístok sa po dopade obráti lícom hore (ostatné ostanú rubom

hore). Teraz je na zemi 80 lístkov obrátených lícom hore. Koľko lístkov je obrátených rubom hore?

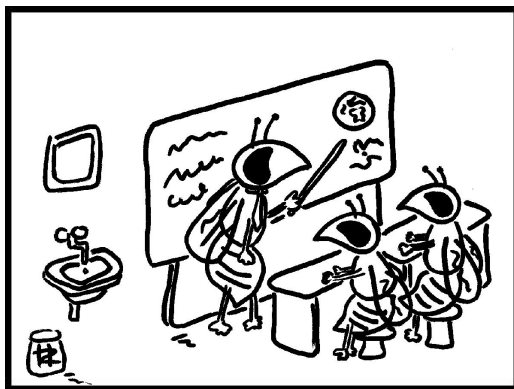


Vtom vykukol spoza stromu nahnevany trúd Lacko a bedákal nad škodou spôsobenou nezbednými včielkami. Zázračný krík vyzeral ako po nájazde kobylek. Toto prísny trúd Lacko nezniesol a zobral Lucku a Milku za vychovávateľom Peťom, aby im udelil zaslúžený trest. A ten bol veru neúprosný.

#### Úloha č. 4:

Vychovávateľ Peťo podal Lucke a Milke kartičky a oznámil im, že každá z nich má na svojej kartičke napísané jedno prirodzené číslo menšie ako 10 a že čísla na kartičkách sú po sebe idúce. Potom sa ich pýtal, ktorá z nich vie, aké číslo má na kartičke napísané tá druhá. Lucka nevedela. Milka nevedela. A potom už Lucka vedela. Aké čísla mohli mať Lucka a Milka na kartičkách? Napíšte všetky možnosti, a nezabudnite na zdôvodnenie.

Keďže Lucka aj Milka sú matematicky nadané, veľmi rýchlo prišli na to, aké čísla majú na kartičkách. Peťo však nechcel, aby sa im ich pestvo prepieklo len tak jednoducho.



**Úloha č. 5:**

A tak im napísal na tabuľu 81 čísel 10, 11, 12, ..., 88, 89, 90. Potom im kázal zmazať ľubovoľné dve čísla a na koniec napísať súčet zmazaných čísel. Takto vznikol nový rad, ktorý mal o jedno číslo menej ako pôvodný. Z neho opäť zmazali niektoré dve čísla (mohlo medzi nimi byť aj to posledné, pripísané) a na koniec radu zapísali ich súčet. To robili dovtedy, kým im na tabuli neostalo napísané jedno jediné číslo. Vašou úlohou je zistiť, či mohli dostať na konci nepárne číslo.

Lucka a Milka hravo zvládli aj túto úlohu. Boli ste aj vy takí úspešní?

## *Zadania úloh 2. série Letnej časti*

*Termín odoslania: 11. máj 2009*

Na konci každého mesiaca sa vo včelom kráľovstve koná veľká inventúra. Spočítavajú sa zásoby medu, medových cukríkov, koľko nových plástov sa vyrobilo, koľko včielok žije v úli, a zisťujú sa aj mnohé iné dôležité údaje.

**Úloha č. 1:**

Zásoby medu za posledné dva mesiace boli napísané na veľkej tabuli. No okolo šla chorá včielka Katka a rovno pred tabuľou si kýchla. Tým zmazala niektoré čísla. Namiesto nich ostali iba mokré machule. Katka si pamätala, že rozdiel medzi zásobami (výsledkami príkladov) bol presne 15 764. Pomôžte Katke zistiť, aké čísla boli pôvodne na tabuli, ak tam po kýchnutí ostalo iba toto:

$$\begin{array}{r}
 3*56* \\
 + *9**8 \\
 \hline
 **1*6
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 8*3** \\
 - *7*85 \\
 \hline
 69*4*
 \end{array}$$

Teraz, keď už Katka vie, koľko medu je v zásobe, môže to ísť nahlásiť účtovníčke Mime. Tá si všetko poctivo zapisuje. Chýbali jej už iba údaje o medových cukríkoch. Po chvíli jej aj to prišla nahlásiť veselá skupinka zaučajúcich sa trúdov. Boli to Aladár, Bebe, Cyril a Dano.

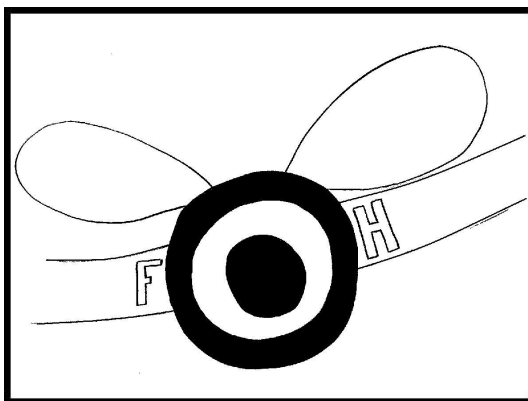


### Úloha č. 2:

Keď prišli, rozprávali o všetkom inom, len nie o medových cukríkoch. Keď sa ich Mima spýtala na počet cukríkov, začali sa hádať. Nie a nie sa dohodnúť na jednom čísle. Viete Mime povedať, koľko bolo cukríkov pôvodne a koľko ich je teraz? Mima vie (a spolu s ňou aj vy), že každý z trúdov buď vždy hovorí pravdu, alebo vždy klame. Tiež viete, že teraz je cukríkov menej, ako predtým (žiaden div, veď sa k nim dostali večne hladní trúdi). Trúdi rozprávali toto:

- Aladár: Cukríkov bolo šesť. Teraz sú len štyri.
- Bebe: Nie je ich dvanásť. Ak klame Aladár, tak klame aj Cyril.
- Cyril: Bolo ich šesť. Teraz je ich osem.
- Dano: Je ich 12 alebo 15. Predtým ich bolo 17 alebo 13.

Po vypočítaní u účtovníčky sa trúdi vybrali pozrieť na preteky v lietaní. Kto by si nechal ujsť takúto športovú i spoločenskú udalosť!



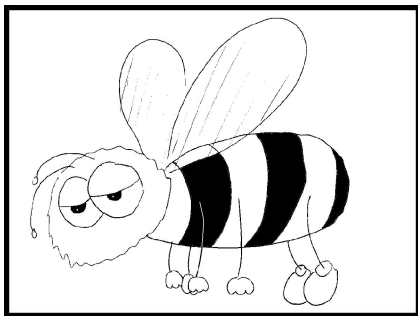
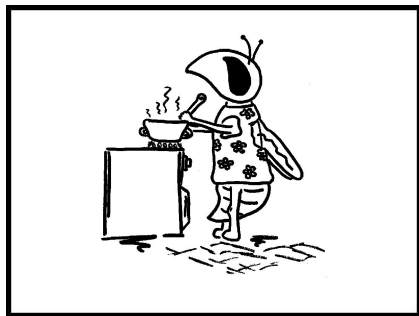
**Úloha č. 3:**

Včielka Kaja usilovne trénuje, preto chce každý deň preletieť viac ako predtým. Nadnes si naplánovala, že preletí presne 5 km. Má na výber z trás dlhých 3200 m, 1600 m, 800 m, 600 m, 500 m a dvoch rôznych 200-metrových trás. Kaja nechce letieť po tej istej trase dvakrát. Môže ísť Kaja trénovať bez toho, aby porušila svoj tréningový plán? Koľko rôznych kombinácií trás má na výber?

**Úloha č. 4:**

Keď Kaja letela ponad poľnú cestu, zbadala šesť kamienkov uložených tak, že vytvárali práve 15 trojuholníkov. (O troch kamienkoch uložených vo vrcholoch trojuholníka hovoríme, že tento trojuholník vytvárajú.) Viete nám ukázať, ako boli kamienky uložené?

Pri návrate z tréningu zbadala Kaja trúdika Vladka na jeho povinnom krátkom výlete.

**Úloha č. 5:**

Trúdika totiž mamka núti chodiť každý deň na krátky výlet. Trúdik ešte nevie lietať, preto chodia pešo. Aby sa trúdik nezamazal a mamka nemusela každý deň prať, chodia len po cestách. Krátky výlet vyzerá vždy tak, že vyjdú z vlastného úľa, navštívia dva alebo tri neďaleké iné úle a vrátia sa domov po inej ceste, ako vyrazili. Vladko takéto výlety neznáša a tak si vysníval krajinu, ktorá vyzerá takto: je v nej 10 úľov, z každého úľa vychádzajú presne tri úplne rovné cesty a neexistujú žiadne krátke výlety zo žiadneho úľa. Môže sa Vladkov sen splniť? Skúste nakresliť, ako by mohla jeho vysnívaná krajina vyzerieť.

Včielky vám ďakujú za vašu pomoc pri inventarizácii a tešia sa na stretnutie s vami na sústreďení.



## *Za podporu a spoluprácu ďakujeme*

- Gymnázium Poštová 9, Košice
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice

**Názov:** MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár  
Číslo 4 • Marec • Letná časť 18. ročníka (2008/2009)  
Internet: <http://malynar.strom.sk>

**Vydáva:** Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1  
Internet: <http://zdruzenie.strom.sk>  
E-mail: [zdruzenie@strom.sk](mailto:zdruzenie@strom.sk)