MALYNÁR

Číslo 2 — Ročník 30 — malynar.strom.sk

8 \ naR

Tvojmu pohľadu zjavne neuniklo ďalšie vydanie MALYNÁRa, v ktorom nájdeš nielen poradie po prvej sérii tohto semestra, ale aj naše vzorové riešenia. Nezabúdaj však, že sme ešte len v polčase, tak určite nepoľavuj a pusti sa do druhej série. S radosťou očakávame Tvoje ďalšie riešenia!

vedúci MALYNÁRa

-¶n}n®Ĺ }_0ɐ0j_9 ou Ĺ}_0 ɷen\ ¶_h jĹ\n 0h0 §}9

1 opravovali: Adel Horváthová a Timka Szöllősová
najkrajšie riešenia: Barbora Brindžáková

81 riešení

µ9L9j_0

Artuš, Bambi, Celestia a Dolores sa hádajú o tom, kto z nich ich prihlásil na súťaž. Po otázke, kto to urobil, nám povedia toto:

- Artuš: “Bambi poslala prihlášku. Ja som to nebol.”
- Bambi: “Celestia ju poslala. Artuš to naozaj nebol.”
- Celestia: “Bambi to nebola. Ja som poslala tú prihlášku.”
- Dolores: “Celestia to nebola. Bol to Artuš.”

Vieme, že každý z nich povedal jednu pravdivú a jednu nepravdivú vetu. Vieme s určitosťou povedať, kto poslal prihlášku?

|_0ɐ0j_0

Pozrime sa postupne na to, ktorá z viet každého dieťaťa je pravdivá a ktorá je nepravdivá:

- Artuš – keby prihlášku poslal on, tak by jeho druhá veta musela byť nepravdivá, a tým pádom prvá veta pravdivá, z čoho by vyplývalo, že prihlášku poslala aj Bambi. Keďže prihlášku nemohli poslať dvaja, nemohol ju poslať Artuš. Zároveň ešte vieme, že jeho druhá veta je pravdivá a prvá nepravdivá, a teda prihlášku neposlala ani Bambi.
- Bambi – v druhej vete hovorí, že Artuš prihlášku neposlal, čo už vieme, že je pravda. Tým pádom určite vieme, že jej prvá veta je klamstvo a Celestia neposlala prihlášku.

- Celestia – z Artušových viet vieme, že Bambi prihlášku neposlala, a teda Celestia hovorila pravdu vo svojej prvej vete a klamala v druhej (teda prihlášku neposlala ani Celestia, to vieme už aj z viet od Bambi).
- Dolores – v jej prvej vete hovorí, že Celestia prihlášku neposlala, čo platí aj podľa toho, čo povedala Bambi a Celestia. Táto veta je teda pravdivá. V druhej vete teda Dolores musela klamať, čo nám sedí, keďže Artuš naozaj prihlášku nemohol poslať.

Podľa pravdivosti ich tvrdení sme vylúčili Artuša, Bambi aj Celestiu, a teda jediný, kto mohol poslať prihlášku bola Dolores (tú nikto z nich nespomenul, takže ani nevylúčil).

bnh0j§¾}

S úlohou si väčšina z vás poradila dobre. Najčastejším problémom bolo, že ste ako odosieľateľov určili viacerých. Tiež sa vyskytlo nedorozumenie, že ste nadväzovali na príbeh. Pri úlohách sa však sústreďte výhradne na zadanie – vždy obsahuje všetky potrebné informácie ;).

2

opravovali: Mimi Hanus a Števo Vašak
najkrajšie riešenia: Stanislav Beneš a Timotej Války

67 riešení

µ9L9j_0

Medzi Artušom a Bambi prebehol tento rozhovor:

- Bambi: „Koľko z tvojich súrodencov má práve 3 sestry?"
- Artuš: „Aspoň polovica z nich."
- Bambi: „A koľko z tvojich súrodencov má aspoň 4 bratov?"
- Artuš: „Nie viac ako polovica z nich."

Koľko je možností na počty bratov a sestier, ktoré môže mať Artuš a aké to sú?

|_0ɐ0j_0

O Artušových súrodencoch z rozhovoru vyplynuli dve veci:

1. Aspoň polovica Artušových súrodencov má práve tri sestry.
2. Najviac polovica Artušových súrodencov má aspoň štyroch bratov.

Prvá podmienka hovorí, že Artuš alebo

1. nemá súrodencov (potom aspoň polovica jeho súrodencov je nikto, takže pre ňu platí čokoľvek), alebo

2. má brata, ktorý má práve tri sestry, následne z Artušových súrodencov majú po tri sestry práve všetci bratia a títo bratia musia byť aspoň polovica súrodencov, čiže Artuš má práve tri sestry a aspoň troch bratov, alebo
3. má sestru, ktorá má práve tri sestry, potom z Artušových súrodencov majú po tri sestry práve všetky sestry a tieto musia tvoriť aspoň polovicu jeho súrodencov, čiže Artuš má práve štyri sestry a najviac štyroch bratov.

Prvý prípad, že Artuš nemá ani jedného súrodenca, druhej podmienke vyhovuje.

V druhom prípade, že Artuš má práve tri sestry a aspoň troch bratov, každá sestra má aspoň štyroch bratov. Ak by mal Artuš štyroch alebo viacerých bratov, tak by mal každý aspoň štyroch bratov, čo nevyhovuje druhej podmienke. Ostáva nám možnosť tri sestry a traja bratia, ktorá druhej podmienke vyhovuje.

V treťom prípade, že Artuš má práve štyri sestry a najviac štyroch bratov, Artuš znova nemôže mať štyroch bratov a ani troch bratov, lebo sestry (z ktorých každá by mala aspoň štyroch bratov) by tvorili väčšinu. Preto musí mať štyri sestry a dvoch bratov, jedného alebo žiadneho.

Z prvých dvoch prípadov sme dostali po jednej prípustnej kombinácii počtov a z tretieho tri, čiže spolu je päť možností.

b n h 0 j §¾}

Mnohí z vás sa dopustili neoprávnených predpokladov, napríklad z toho, že Bambi sa pýta na ľudí s práve tromi sestrami, hneď usúdili, že niekto má práve tri sestry, alebo dokonca, že sám Artuš má práve tri sestry. Vo všeobecnosti viacerí vyvodzovali dôsledky z otázok, ktoré bez odpovedí nenesú informáciu. Bambi by sa mohla spýtať Artuša, koľko zo súrodencov chová harpye, bez toho, aby niekto na svete choval harpye...
Ďalší problém tkvel v chápaní súrodenectva. Niektorí medzi Artušových súrodencov počítali aj Artuša, čo je v rozpore s tým, ako sa o súrodencoch hovorí – jedináčik nemá jedného súrodenca, ale nula.
Napokon aj tým, ktorí prekonali tieto úskalia, často unikla možnosť, že Artuš nemá ani jedného súrodenca. Môže sa zdať, že „aspoň polovica" skupiny ľudí nemôže byť nikto, ale prvý pohľad býva zradný a úlohe sa oplatí venovať aj druhý.

3

opravovali: Janka Baranová

najkrajšie riešenia: Stanislav Beneš, Žofia Bartová

73 riešení

µ9L9j_0

Číslo letu je trojciferné prirodzené číslo, ktoré má všetky svoje cifry nepárne. Ak k nemu pripočítam 421, dostanem trojciferné číslo, ktoré má všetky svoje cifry párne. Nájdite všetky čísla letu, ktoré to spĺňajú.

|_0ɐ0j_0

Našou úlohou je nájsť trojciferné číslo zložené z nepárnych cifier také, ku ktorému keď pripočítame číslo 421 dostaneme trojciferné číslo zložené z párnych cifier.
Zapíšeme si toto sčítanie pod seba (kde N vyjadruje nepárnu cifru a P párnu cifru):

$$\begin{array}{cccc} & \text{N} & \text{N} & \text{N} \\ + & 4 & 2 & 1 \\ \hline & \text{P} & \text{P} & \text{P} \end{array}$$

Ideme postupne od sčítania na mieste jednotiek: nepárne číslo plus 1 má byť párne číslo – to je možné, lebo súčet dvoch nepárnych čísel je párne číslo.
Sčítanie na mieste desiatok: nepárne číslo plus 2 má byť párne číslo, avšak súčet nepárneho a párneho (2) čísla je nepárne, preto ak chceme dostať párne číslo, tak musíme zo sčítania na mieste jednotiek preniesť jednotku cez desiatku a tým získať pri sčítaní na mieste desiatok párne číslo (nepárne číslo plus 2 plus 1 je párne číslo).
Na mieste jednotiek chceme prejsť cez desiatku, čo dosiahneme jedine, ak sčítame číslo 9 s 1. Vyjde nám 10 (čo je najmenšie dvojciferné číslo), teda 0 zapíšeme a 1 sa nám zvýši na miesto desiatok. Jediná možná cifra na mieste jednotiek je preto 9.
Sčítanie na mieste stoviek: nepárne číslo plus 4 má byť párne číslo, teda opäť musíme prejsť cez desiatku, tentokrát na mieste desiatok. Preto na mieste desiatok musíme pri sčítaní nepárneho čísla a čísla 3 (2 + 1) dostať číslo aspoň 10, teda potrebujeme pričítať číslo aspoň 7, takže na mieste desiatok vyhovujú dve cifry – 7 a 9.
Na mieste stoviek teda sčítavame nepárne číslo s číslom 4 plus s číslom 1, ktoré sme dostali pri prechode cez desiatku pri sčítavaní na mieste desiatok. Dostaneme tak párne číslo, ktoré však môže byť najviac 8, aby sme neprešli cez desiatku a dostali trojciferné číslo (a nie štvorciferné). Môžeme teda sčítať s číslom 1 alebo 3, aby po sčítaní s 5 (4 + 1) sme dosiahli číslo 6 alebo 8 (a nie väčšie).
Máme teda 4 možnosti na číslo letu, a to 179, 199, 379 a 399.

bnh0j§¾}

Veľa z vás prišlo na správne riešenie, avšak niektorí ste nepopísali postup, ako ste sa k výsledku dostali, čo je škoda, lebo ste tak prišli o dosť bodov. Nabudúce sa sústreďte na popis, prečo práve vaše riešenia vyhovujú zadaniu, ale hlavne, prečo iné neexistujú. Niektorí ste neprišli na všetky možné výsledky a žiadne z týchto riešení neobsahovalo postup, ako ste k nim prišli, čo je škoda, lebo pri písaní postupu by ste si určite uvedomili, že vám niečo ušlo, a hlavne by ste za zdôvodnenie dostali nejaké tie body.

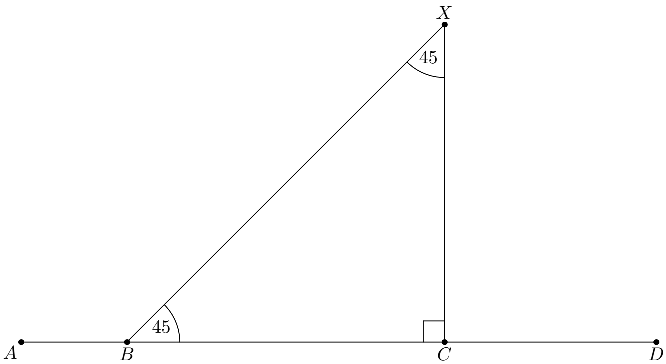
4 opravovali: Kristína Mišlanová a Miriam Horváthová | najkrajšie riešenie: Alenka Chladná | 55 riešení

µ9L9j_0

Máme úsečku AD. Na nej vyznačíme body B a C tak, že $|AB| < |AC|$ a platí $|AC| = 2 \quad |AB| + |CD|$. Vieme, že CXB je pravouhlý trojuholník s pravým uhlom pri vrchole C a $45°$ veľkým vnútorným uhlom pri X. Jeho strana CX je dlhá 14 cm. Aká je dlhá pôvodná úsečka AD?

|_0ɐ0j_0

Na začiatok sme si podľa zadania úlohy nakreslili náš obrázok a vyznačili sme si na ňom všetky potrebné body.



Poďme sa teraz teda spoločne pozrieť na trojuholník CBX. Tento trojuholník je pravouhlý s pravým uhlom pri vrchole C a $45°$-vým uhlom pri vrchole X. Vieme, že súčet uhlov v trojuholníku je $180°$, a preto vieme veľkosť uhla pri vrchole B vyjadriť ako:

$$|\angle CBX| = 180° \quad |\angle BCX| \quad |\angle BXC| = 180° \quad 90° \quad 45° = 45°.$$

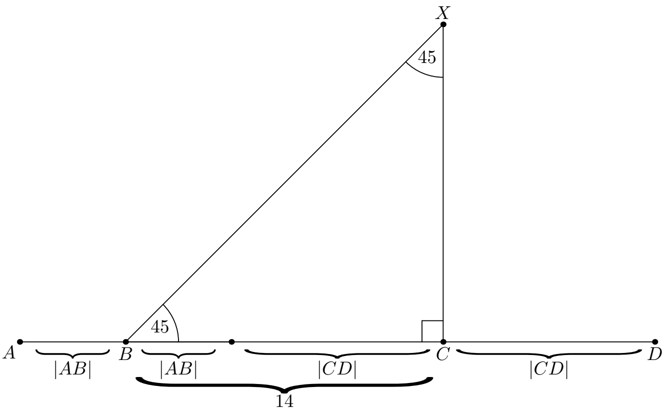
Teda uhol pri vrchole B je rovnako veľký ako uhol pri vrchole X. Náš trojuholník má dva uhly zhodné, čo znamená, že je rovnoramenný, a teda $|BC| = |CX|$. Odkiaľ $|BC| = 14$.

Za zadania nám ďalej platí, že: $|AC| = 2 \quad |AB| + |CD|$. My vieme, že $2 \quad |AB| = |AB| + |AB|$, teda si to inak vieme napísať ako:

$$|AC| = |AB| + |AB| + |CD|.$$

Teraz sa pozrime na úsečku AC. Z obrázka vidíme, že sa skladá z úsečiek AB a BC, takže platí $|AC| = |AB| + |BC|$. Takže keď sa vrátime k tomu, čo sme zistili pred chvíľkou, tak máme:

$$\begin{aligned} |AC| &= |AB| + |AB| + |CD| \\ |AB| + |BC| &= |AB| + |AB| + |CD| \\ |BC| &= |AB| + |CD| \end{aligned}$$



Keďže $|BC| = 14$, tak z toho dostávame, že aj súčet $|AB| + |CD| = 14$.
Celá naša úsečka AD je zložená z úsečiek $AB; BC$ a CD. My vieme dĺžku úsečky BC a teda aj súčet dĺžok AB a CD, z čoho teraz jednoducho vieme povedať, že $|AD| = |AB| + |BC| + |CD| = 14 + 14 = 28$. Dĺžka úsečky AD je 28 centimetrov.

bnh0j§¾}

Veľa z vás túto úlohu zvládlo, čo nás teší. Jedinú vec, ktorú by sme možno opäť zdôraznili je, že pri geometrii nemôžete argumentovať tým, že ste si niečo narysovali a rovnako ani tým, že niečo je zjavné z obrázka bez toho, aby ste to vysvetlili. Tu sa napríklad stávalo, že veľa z vás povedalo, že $|BC| = |AB| + |CD|$ bez toho, aby to nejako vysvetlili. Obrázok slúži totižto na to, aby nám úlohu pomohol pochopiť, ale nie ako dôkaz (:

5

opravovali: Bia Gurská a Viki Brezinová

najkrajšie riešenia: Stanislav Beneš, Jakub Hutník

63 riešení

µ9L9j_0

Mýtický boh Šari ukladá hory do políčok mriežky 3×3. Do každého políčka môže položiť ľubovoľný počet hôr a niektoré políčka môže nechať aj prázdne. Keď ich uloží, tak spočíta počet hôr v každom riadku aj v každom stĺpci. Snaží sa ich uložiť tak, aby týchto 6 počtov bolo navzájom rôznych. Koľko najmenej hôr na to mýtický boh Šari potrebuje? Vysvetlite, prečo mu na to menej hôr nestačí a nakreslite, ako ich má uložiť.

|_0ɐ0j_0

Pre celé riešenie je veľmi dôležité si uvedomiť, že ak sčítame počty hôr vo všetkých troch riadkoch dokopy, tak zistíme, koľko hôr mýtický boh Šari dokopy použil. Rovnako to platí, aj keď sčítame počty hôr vo všetkých troch stĺpcoch dokopy. To znamená, že ak sčítame týchto 6 počtov riadkov a stĺpcov dokopy, tak dostaneme dvojnásobok použitých hôr, keďže každá hora je tam započítaná dvakrát (raz v niektorom z riadkov a raz v niektorom zo stĺpcov).
Aby sme našli najmenší počet použitých hôr, chceme nájsť najmenšie možné a navzájom rôzne počty hôr v stĺpcoch a riadkoch. Počet hôr môže byť aj 0, takže 6 najmenších čísel, ktoré môžeme zobrať je 0, 1, 2, 3, 4, 5. Keď sčítame tieto čísla dostaneme dvojnásobok použitých hôr: 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15.
Tu ale nastáva problém, pretože 15 je nepárne číslo a my vieme, že ak vynásobíme ľubovoľné číslo 2, výsledok bude párny. Takže potrebujeme nájsť najbližšie väčšie párne číslo k 15, čo je 16.
Keďže v 16 je každá použitá hora započítaná dvakrát, tak aby sme dostali počet použitých hôr, musíme 16 vydeliť 2, a teda dostaneme výsledok 8. Už vieme, že mýtický boh Šari mohol použiť najmenej 8 hôr. Po chvíľke skúšania sa nám podarí nájsť vyhovujúcu tabuľku, kde použijeme 8 hôr, takže vieme, že 8 hôr mu na to naozaj stačí.
Mohol ich uložiť napríklad takto (možností existuje viac):

0	0	0
0	4	2
1	0	1

Ľahko si overíme, že pre túto tabuľku naozaj platí, že počty hôr vo všetkých stĺpcoch aj riadkoch sú rôzne.

bnh0j§¾}

Tí, ktorí ste prišli na myšlienku, že ak sčítame počty hôr v riadkoch aj stĺpcoch dokopy, tak dostaneme dvojnásobok počtu hôr, ste zväčša zvládli úlohu správne doriešiť a získali 9 bodov. Problém bol, ak ste len napísali správnu tabuľku, ale nijako ste nezdôvodnili, prečo mu menej ako 8 hôr nestačí. Prípadne ste sa to snažili zdôvodniť tým, že ste skúšali nejaké možnosti a nevyšlo to. Takéto riešenie by bolo správne len ak by ste systematicky vyskúšali naozaj všetky možnosti a zdôvodnili, že žiadne ďalšie možnosti neexistujú, to sa však nikomu z vás nepodarilo.

6 opravovali: Kubo a Gabča Genčiovci
najkrajšie riešenie: Hana Erdélyiová

44 riešení

µ9L9j_0

Ujo mal kalkulačku, ktorá vybuchne, ak sa na nej zobrazí číslo menšie ako 0. Na začiatku je na kalkulačke číslo 1. Sú na nej iba tlačítka s operáciami 6; 42 a 7. Koľko čísel od 1 do 1000 (vrátane) vie pomocou týchto operácií na kalkulačke získať? Na kalkulačke sa počas výpočtu môžu zobraziť aj čísla väčšie ako 1000.

|_0ɐ0j_0

Najprv sa poďme pohrať s kalkulačkou, či si nevšimneme niečo zaujímavé na číslach, ktoré na nej vidíme. Keď dvakrát použijeme operáciu 7 a potom budeme používať operáciu 6, môžeme si všimnúť, že po každom kroku dostaneme číslo, ktoré má po delení číslom 6 zvyšok 1.

Poďme sa teda teraz pozrieť na to, ako sa budú meniť zvyšky po delení číslom 6, ak budeme používať operácie, ktoré sú na kalkulačke. Prvá vec, ktorú si môžeme všimnúť je, že 42 je násobok čísla 6. To znamená, že sa nám neoplatí používať operáciu 42, lebo keď sedemkrát použijeme operáciu 6, dostaneme rovnaké číslo, ako keď použijeme operáciu 42. Zároveň, ak od nejakého čísla odpočítame číslo 6, nijako to neovplyvní zvyšok po delení číslom 6, iba podiel bude o 1 menší.

Teraz sa pozrime na to, ako sa bude číslo na kalkulačke správať pri operácii 7. Keď máme číslo, ktoré po delení číslom 6 dáva zvyšok 1, vieme si ho zapísať v tvare $6 + 6 + \quad + 6 + 1$, pričom tých šestiek tam môže byť 0 až nekonečno. Každé číslo v tomto tvare medzi znamienkom +, pokladajme za jednu časť tohto tvaru. Ak toto číslo vynásobíme číslom 7, jeho tvar sa nám zmení na $6 \quad 7 + 6 \quad 7 + \quad + 6 \quad 7 + 1 \quad 7$. Teda každú jednu šestku, ale aj jednotku sme vynásobili číslom 7. Máme niekoľko častí v tvare $6 \quad 7$ a tie všetky sú deliteľné číslom 6. Lenže posledná časť je $1 \quad 7 = 7$. A to si vieme zase rozpísať ako $6 + 1$. Čiže každé číslo so zvyškom 1 po delení číslom 6 bude mať po vynásobení číslom 7 tvar $6 \quad 7 + 6 \quad 7 + \quad + 6 \quad 7 + 6 + 1$. Preto vždy, bez ohľadu na to, ako budeme operácie používať, bude číslo na kalkulačke mať po delení číslom 6 zvyšok 1.

Čiže všetky čísla, ktoré vieme zobraziť na kalkulačke budú násobky čísla 6, ku ktorým pripočítame ešte číslo 1. Žiadne iné čísla zobraziť nedokážeme, keďže sa nám nikdy nezmení zvyšok po delení šiestimi (to sme ukázali vyššie) a na začiatku sme mali na kalkulačke číslo 1. Koľko je však čísel, ktoré vieme zobraziť? Jednoducho zistíme, že násobkov šestky menších ako 1000 je $1000 : 6 = 166$ (zv. 4). Po pripočítaní 1 dostaneme teda všetky naše čísla, nie? Musíme si ešte uvedomiť, že pri delení sme medzi násobky šestky nezapočítali nulu (na kalkulačke bude 1), a teda vieme zobraziť 167 čísel.

bnhOj§¾}

Ako ste (snáď) zo vzorového a svojich riešení pochopili, kľúčový bod v tejto úlohe bol ukázať, že číslu na kalkulačke sa nemení zvyšok po delení šiestimi. Samozrejme, je viac možností ako to urobiť, no stále si musíte dávať pozor na svoju argumentáciu (napríklad, že to dokážete iba pre súčin 7 7, a už potom nie pre 13 7 alebo iba pre niektoré operácie). Ak by vás zaujímala iná možnosť ako sa nad zachovávaním zvyšku pri násobení zamyslieť, prečítajte si vzorové riešenie úlohy 6 z minulej série.

8«§n}_ ®¶n}n®ꜝH\ }_0ƀ0j∂I Erik Berta, Viktória Brezinová, Martin Albert Gbúr, Matej Hanus, Patrik Paľovčík, Róbert Sabovčík, Timea Szöllősová

µ9L9j_9 ©u Ĺ}_0 ωen\ ¶_h jĹ\n 0h0 §}9

Riešenia pošlite najnekôr do ©¨u jn®0h@}9 ©·©·

œen\9 o

Knen}0 h¾ q}0 ⸗q9H_0 \nL_j´J c§n}Ĺ 9 H0eĹ q}0 ´qω ¶9 V h_jω§´J 9 q}0 ⸗q9H_0 \n] L_j´J c§n}Ĺ 9 q}0 ´qω ¶9 oo h_jω§u i9®}\j_§0 qn §«qJ 9cn qnhnHn« §⸗H\§n L®nH\ q}0 ⸗q9H∂H\ \nL∂j nLh0}¾ o· h_jω§u

œen\9 ©

G0e0 §_9 _ q}0L §9®n®9e9 qÞg c9h9}¾§n®J c§n}∂ 9 Ln\9L«aωJ c§n qne« qQaL0 j9 Ln®ne0jc«u µ_ §_§0J c§n j9cnj_0H ɐ_0eJ 9c ®_0§0J ˆ0 qe9§∂I

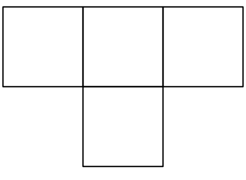
- *8c _ɐe9 ª}ɐ«e9J §9c _ɐ_0e 9a µL0jnu r¦n ¶j9h0j¾J ˆ0 µL0jn hQˆ0 ∂ gJ 9a c0ǵ ª}ɐ«e9 j0qQaL0us*
- *^ɐe9 @«ǵ ±_enŤĹj_9J 9e0@n -_c§n}J 9e0@n n@9a9 qne«u*
- *^ɐ_0e @«ǵ µL0jnJ 9e0@n ³®njJ 9e0 j_0 n@9a9 qne«u*
- *-_c§n} 9 ³®nj _ɐe_ @«ǵ n@9a9 qne«J 9e0@n 9j_ a0L0ju*
- *8c _ɐe9 ±_enŤĹj_9J §9c _ɐe_ 9a ª}ɐ«e9 9 -_c§n}u rb9ˆL⸗ ¶ L®na_H0 ª}ɐ«e9 9 -_c§n} hQˆ0 ∂ gJ 9a c0ǵ ±_enŤĹj_9 j0qQaL0us*

œen\9 ¨

W9¶L_j¾ ^}Ĺj9 q}_q}9®_e9 ©U « _ q}0 ʅ«L∂ q}_ §ne0u pn§nh qnċ∂§9e9J ˆ0 @´ _ c9ˆL⸗ hn\ne ¶n@}9g L®9J 9e0 qn §}nH\ @´ «ˆ j9 ®ɐ0§c⸗H\ j0®´ɐenu pn®0L9e9 _J ˆ0 c0@´ ®´}n@_e9 0ɐ§0 o· « _J hn\ne @´ _ c9ˆL⸗ q}_ §ne0 ®¶_9g §}_J 9e0 ɐ§´}_ j_0 c9ˆL⸗u i9cnj_0H q}_H\´ §9e9 Lncnq´ U© « _u b9ˆL⸗ q}_ §ne0 @´ _ §0L9 hn\ne ®¶_9g ɐ§´}_ « _J 9e0 qn qÞg @´ «ˆ j9 ®ɐ0§c⸗H\ j0®´ɐenu bnʅcn ʅ«L∂ q}_ §ne0 X9¶L_j¾ ^}Ĺj9 ċ9c9e9y

œen\9 V

Kn ɐ9H\n®j_H0 7 7 ®q∂ɐ0h0 qn §«qj0 ċ∂ e9 nL o Ln Vk §9cJ ˆ0 ¶9ċj0h0 ® ʅ9®nh \n}jnh }n\«J 9 qnc}9ċ«a0h0 qn §«qj0 qn }_9LcnH\u -_0h0 j9 §ω§n ɐ9H\n®j_H« qn] enˆ_g ¨ §0§}nh_j¾ 9cn j9 n@}¾¶c« §9cJ 9@´ ωċ0§ ®ɐ0§c⸗H\ ċ∂ 0e q}0c}´§⸗H\ §⸗h_§n §0§}nh_j9h_ r§0§}nh_j¾ 9 j0hQˆ« q}0c}⸗®9g j9®¶¾anhs @ne L0e_§0ʅj⸗ Vy

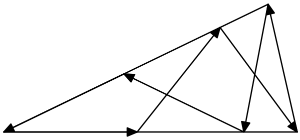


œen\9 U

Ċ_0}j_ j_jLˆn®_9 9 H\´ §9aϖ ϖ§nċ_g 9 §9}ċ0c q}0Lqn®0L9eJ ¶9 cn}cn h_jϖ§ @´ q}_ʚe_u p}0Lqn®0L9e U ċ9 n® ® h_jϖ§9H\ rh_jϖ§´ ϖ H0eĹ 9 \nLjn§´ q}0Lqn®0L∂ 9 hǪˆ« nq9cn®9gsu -´qnċ∂§9e ϖċ§´ ®ʚ0§c꜆H\ L®na∂H h0L¶_ j_h_u -´ʚe_ h« ®ʚ9c e0j §}_ }Ǫ¶j0 ®꜆ e0Lc´I 57;70 9 83u 8c꜆ @ne j9a®Þċʚ∂ qnċ0§ h_jϖ§J c§n}꜆ q}0Lqn®0L9ey

œen\9 £

N c¾ċ0 ®na∂h q} §nh qn L®nH\ }9h0j¾H\ «\e9 9cn j9 n@}¾¶c«u -ʚ0§c´ a0\n cnc´ ϖ }n®j9c0a LŁˆc´u µ9ċ∂j9 ¶ ®}H\ne« «\e9 9 qn _0Lh_H\ cncnH\ 9 ®}¾§_ j9 qÞg Ln §n\§n ®}H\ne«u 8c¾ a0 ®0}cn g §n\§n «\e9y



pn}9L_0 qn ou Ĺ}_ ¶_h jĹ\n 0h0 §}9

pn}9L_0	g 0jn 9 q}_0¶®_ cn	|nċj∂c	ɏcne9	ou	©u	¨u	Vu	Uu	£u	G~
ou] £u	¦_hn§0a -¾ec´	µV	µ?n}n?8	k	k	k	k	k	k	UV
	~§9j_ e9® ?0j0ɐ	µV	po·¢i ³G	k	k	k	k	k	k	UV
	[9j9 N}LĹe´_n®¾	µU	µp9jc?8	k	k	k	k	k	k	UV
	8e0j9 G\e9Lj¾	µU	µb`iɏ~§	k	k	k	k	k	k	UV
	mjL}0a g0Ln	µV	µ~H\h_§	k	k	k	k	k	]	UV
	8e_H9 SneL0 n®9	µV	WN~	k	k	k	k	k	]	UV
¢u] Pu	|_H\9}L ~0h9j_ɐ_j	µV	µp8jXbN	k	£	k	k	k	¢	U©
	K9j_0e9 ¦c¾ċn®¾	µU	µd0®n~i	k	k	k	k	P	]	U©
ku	∨n»9 ?9}§n®¾	µ£	µ?9ac?8	k	U	k	k	k	k	U·
o·u	¦nh¾ɐ ~9c «j	µ£	W8e0abN	k	k	£	k	k	¢	Vk
oou	d9L_ e9® be_h0j§	µV	µdin®bN	k	©	¢	k	P	£	VP
o©u	g_H\90e9 ~n@_jn® c¾	µU	µK}«ˆbN	k	©	k	k	k	U	V£
o¨u] oVu	g9}0c g_ċcn	µV	µb}nVbN	k	U	k	]	P	U	VU
	g9§ɷɐ g0}ċ_9c	µ£	µɏ	k	k	k	¢	£	U	VU
oUu	Knh_j_c g0}ċ_9c	µ£	µɏ	k	£	£	k	k	U	VV
o£u	`9c«@ [«§j∂c	µ£	W8e0abN	o	k	k	k	k	£	V¨
o¢u	ɏ^hnj `nj9ɐ§∂c	µV	~µɏp^i∨	k	©	¢	o	k	£	V©
oPu	b9§c9}∂j9 ¦G§\n®¾	µV	µ[Q}c´	k	o	k	k	¨	]	V·
oku] ©·u	[9j9 ^\j¾§n®¾	µU	µm@H~0ċ	U	©	k	P	£	£	¨k
	8jj9 b}«qn®¾	µV	µb}nVbN	k	]	k	k	]	¨	¨k
©ou	Ʒ«@nɐ ɏ0 §¾c	µ£	µɏ gɏ -ɫ®nan®¾ ©©P	k	¨	k	k	¨	U	¨P
©©u] ©¨u	p9§}_c ~ce0j¾}	µ¨	µbnh£~d	k	©	k	]	¨	U	¨¢
	g9}§_j ?ne0Ln®_ċ	µ£	~µɏS0e_²?8	k	©	k	¨	k	U	¨¢
©Vu	Ne_ɐc9 ?}9a0}ċ∂cn®¾	µU	µɏ	k	£	U	P	¨	V	¨£
©Uu] ©¢u	b9§9}∂j9 ɏ0 §¾cn®¾	µV	µɏ gɏ -ɫ®nan®¾ ©©P	k	k	V	]	¨	]	¨V
	|n@@_j ɏ_hcn	µU	µb}nVbN	o	U	k	k	¨	U	¨V
	8§§_e9 µ9aL0c	µV	µɏ -`g ?«¶_H9	£	o	£	¢	¨	U	¨V
©Pu	g9XL9eĹj9 ɏc}_9@n®¾	µ£	µb}nVbN	k	o	P	k	o	U	¨¨
©ku	g9§0a [}_j	µV	~µ~en~?	k	©	U	¨	¨	¨	¨©
¨·u] ¨©u	?9}@n}9 ?}_jLˆ¾cn®¾	µ£	µb}nVbN	k	V	£	k	¨	]	¨o
	`«}9a bn¶¾c	µU	Gµ~Wbim	o	¨	k	P	k	]	¨o
	µn}9 S0Ln}n®¾	µV	µ8b«@¦¦	k	·	¨	k	o	]	¨o
¨¨u	W}Ĺ§9 µ9aL0c	µ¨	µɏ -`g ?«¶_H9	o	o	V	P	¨	£	¨·
¨Vu	[9j9 ?0j0an®¾	µ£	µ`ɏ®0[N	k	o	V	£	¨	U	©P
¨Uu] ¨£u	ɏ_hnj -9}X9	µ£	µb}nVbN	k	©	¨	V	¨	£	©¢
	K9j_0e9 ɏ§«e9a§0}n®¾	µU	µb}nVbN	k	©	k	]	o	U	©¢
¨¢u] ¨ku	g_}_9h -9}0H\n®¾	µ£	µb}nVbN	k	©	¢	¨	¨	]	©V
	`9c«@ g9§}9H¶	µ£	µb0¨·bN	P	]	k	¢	]	]	©V
	8e0²9jL}9 `«\¾ n®¾	µ£	W8e0abN	k	©	£	V	¨	·	©V
V·u] Vou	K9j_0e ¦9c¾ċ	µ£	W8e0abN	U	©	£	£	©	o	©©
	¦nh¾ɐ p0§∂c	µU	µɏh0}pm	k	]	U	P	]	]	©©
V©u] VVu	?9}@n}9 g0jɐ∂cn®¾	µ£	µb}nVbN	k	o	£	]	V	]	©·
	~_e®_9 W}9« n®¾	µU	µ¦~ip??	k	V	o	£	·	]	©·

pn}9L_0	g0jn 9 q}_0¶®_ cn	|nċj∂c	ɏcne9	ou	©u	¨u	Vu	Uu	£u	G~
	i 9§¾e_9 b}nq«H\n®¾	µU	µb}nVbN	k	©	]	k	]	]	©·
VUu	S_e_q S0c0§0	µU	µɏh0}pm	k	V	¨	·	¨	]	ok
V£u	me0X g9«c	µU	µb}nVbN	k	]	k	]	]	]	oP
V¢u	g9}§_j pn{9j c৷	µ¨	µbne_?8	P	·	o	]	]	]	o¢
VPu	8L9h ?9cne	µ£	µSb}¾µG	o	]	£	k	]	]	o£
Vku	8jj9 ?_}cn®¾	µ£	µb}nVbN	V	o	k	]	o	]	oU
U·u	`9c«@ ~§}9h@9	µ£	µb}nVbN	o	o	k	·	¨	·	oV
Uou] U¨u	S}9j§_e0c ?«@e¾c	µ£	W8?0}~G	P	o	¨	o	]	]	o¨
	[9j9 [}_Hn®¾	µ£	µb}nVbN	k	]	]	]	V	]	o¨
	g9² [en^0c	µU	µb}nVbN	k	·	¨	]	o	]	o¨
UVu	d0n ¦n}h9	µU	µb}nVbN	U	]	¢	]	]	]	o©
UUu] UPu	p0§0} bn®9e_c	µV	~µ~en~?	]	]	©	]	¨	¨	oo
	g9²_h ~c_ċc9	µ£	W8e0abN	·	©	©	£	o	·	oo
	K9h_¾j S0Ln}	µU	µ`«\-j¦	·	·	V	£	o	]	oo
	d«H_9 [n}®¾§\n®¾	µU	µɏ	o	o	©	¨	¨	·	oo
Uku] £Vu	ɏ9}en§9 ɏ« §n®¾	µ£	µb}nVbN	k	]	o	]	]	]	o·
	~9h«0e ɏ_h«}L9	µ£	µb}nVbN	©	o	V	]	¨	]	o·
	8L0e9 pnenh c¾	µU	µb}nVbN	k	]	]	]	o	]	o·
	|0jĹ ^®9j	µ£	µb}nVbN	£	]	V	]	]	]	o·
	K9®_L [e9®¾ċ	µU	µɏ`9jµ[	o	·	·	P	o	·	o·
	|_H\9}L b9®9Hc৷	µ£	µɏ`9jµ[	·	o	©	o	¨	¨	o·
£Uu	d0jc9 [9}h9j c9	µ£	µb}nVbN	P	o	]	]	]	]	k
££u] £ku	g9}cn ~§}nhqT	µ£	µb}nVbN	©	]	o	¨	]	·	£
	8L9h S«§0a	µU	µɏ gɏpi-	·	o	©	·	o	©	£
	~9 c_9 d9«}9 g9H\n®_ċn®¾	µ£	µɏ`9jµ[	o	©	©	·	o	·	£
	g9}0c ɏ«e¾c	µ£	µɏ`9jµ[	o	·	o	¨	o	]	£
¢·u] ¢£u	g_H\9e -¾e0c	µU	µb}nVbN	]	]	o	]	¨	]	V
	~9h«0e ?9cne	µV	µSb}¾µG	©	]	]	]	]	]	V
	|_H\9}L [0jL}_H\n® c৷	µU	µɏ gɏpi-	·	·	©	·	o	o	V
	g9}§_j `9jnecn	µU	µb}nVbN	©	©	]	]	]	]	V
	g_H\9e ?e9^n® c৷	µU	ɏqg iK9W	·	o	©	]	o	]	V
	`ϖe_« [9aLGj_	µU	µɏ`9jµ[	o	·	©	]	o	]	V
	g_H\9e iĹh0§	µ£	µɏ`9jµ[	o	·	©	·	o	·	V
¢¢u] ¢Pu	µ«¶9j9 ª\}n®_ċn®¾		µɏ`9jµ[	·	·	©	]	o	]	¨
	S_e_q bϖ§_c	µU	µɏ`9jµ[	o	·	o	]	o	·	¨
¢ku] P·u	K9j_0e9 [9}h9j c9	µ£	µb}nVbN	o	o	]	]	]	]	©
	g9}§_j b«c«ċc9	µU	µɏ`9jµ[	o	]	·	]	]	o	©
Pou] P©u	i 9§¾e_9 dn®9 n®¾	µU	ɏqg iK9W	·	·	·	·	o	·	o
	|G@0}§ pe0jHj0}	µU	µb}nVbN	o	·	]	]	]	]	o
P¨u] PVu	me_®0} ɏ¾e´	µU	ɏqg iK9W	·	]	]	]	]	]	·
	`«}9a p9 §_}ċ¾c	µU	µ`«\-j¦	·	]	]	]	]	]	·