MALYNÁR

Číslo **3** — Ročník **31** **malynar.strom.sk**

8 \ naR

Je tu ďalší časopis MALVNÁRa, ktorý prináša vzorové riešenia druhej série. Okrem toho, že je posledný v tomto semestri, je výnimočný aj tým, že s ním prichádzajú aj pozvánky pre tých najšikovnejších z vás. Tí sa môžu tešiť na odmenu vo forme týždňového netradičného sústredenia v obklopení skvelých účastníkov a vedúcich. Ak sa Ti tam tentoraz nepodarilo dostať, nezúfaj. Pevne veríme, že nabudúce sa s Tebou uvidíme!

vedúci MALVNÁRa

-¶n}n®Ĺ }_0ɐ0j_9 ©u Ĺ}_0 œn\ ¶_h jĹ\n 0h0 §}9

1 opravovali: **Viki Brezinová** a **Katka Farbulová**
najkrajšie riešenie: Alenka Chladná

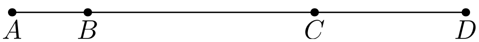
57 riešení

µ9L9j_0

Na mape boli vyznačené 4 mestá na jednej priamke a vzdialenosť medzi každou dvojicou miest. Mapa ale bola stará, na jednej vzdialenosti bol fľak a číslo pod ním nebolo možné prečítať. Zvyšné vzdialenosti boli: 2, 3, 11, 12 a 14. Tá, ktorú nebolo vidno kvôli fľaku, bola tretia najkratšia. Aká bola táto vzdialenosť?

|_0ɐ0j_0

Nakreslime si 4 mestá na jednej priamke a pomenujme ich zaradom A, B, C, D ako na obrázku.



Vieme, že 3 zo všetkých vzdialeností sú vzdialenosti dvoch susedných miest ($jABj$, $jBCj$, $jCDj$) a zvyšné 3 vzdialenosti sú súčtami prvých troch vzdialeností (dvakrát sa jedná o súčet dvoch vzdialeností susedných miest – $jACj$, $jBDj$ a raz o súčet všetkých 3 vzdialeností – $jADj$). Vieme, že najdlhšia vzdialenosť musí byť medzi najvzdialenejšími mestami. To znamená, že 14 je vzdialenosť medzi A a D, čo je vlastne súčet 3 vzdialeností susedných miest.
Pozrime sa na to, či vzdialenosť niektorých dvoch susedných miest môže byť 11 alebo 12.

- Ak by vzdialenosť medzi dvoma susednými mestami bola 11, potom by vzdialenosti medzi zvyšnými dvoma dvojicami susedných miest museli byť dokopy 14 11 = 3. Keďže najmenšia zo vzdialeností, ktoré poznáme, je 2, tak potom by vzdialenosť pod fľakom musela byť 1, čo nie je tretia najkratšia vzdialenosť. Preto táto možnosť nevyhovuje.

- Ak by vzdialenosť medzi dvoma susednými mestami bola 12, tak by zvyšné dve dvojice vzdialeností susedných miest museli byť dokopy $14 \quad 12 = 2$. To opäť nastať nemôže, keďže najkratšia známa vzdialenosť je 2.

Z toho vyplýva, že vzdialenosti susedných miest ($jABj$, $jBCj$, $jCDj$) musia byť 2, 3 a vzdialenosť pod fľakom. Súčet týchto troch vzdialeností musí byť 14, keďže to je vzdialenosť najkrajnejších miest ($jADj$). Takže $2 + 3 + flak = 14$, a teda $flak = 14 \quad 3 \quad 2 = 9$. Nakoniec nezabudnime overiť, že 9 je tretia najkratšia vzdialenosť – čo sedí, nasleduje po 2 a 3 (a pred 11, 12 a 14).
Vzdialenosť, ktorú nebolo kvôli fľaku vidno, bola 9.

b n h 0 j §¾}

Takmer všetci ste prišli na správny výsledok, čo nás teší. Bohužiaľ, väčšina z vás dostatočne nezdôvodnila, prečo je toto jediné možné riešenie. Veľa z vás predpokladalo, že tri najmenšie vzdialenosti musia byť medzi 3 dvojicami susedných miest. To však vo všeobecnosti nie je pravda. Ak by napríklad medzi dvojicami susedných miest boli po poradí vzdialenosti 2, 1 a 11, tak potom všetkých 6 vzdialeností vyzerá takto: 1, 2, 3, 11, 12, 14. Z toho vidíme, že aj keď 3 je 3. najmenšia vzdialenosť, tak to nie je vzdialenosť medzi susednými mestami. Preto, keď ste vo svojom riešení využívali tento nesprávny predpoklad, tak sme vám nemohli dať plný počet bodov.

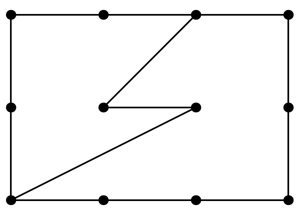
2

opravovali: **Kristín Mišlanová** a **Taly Poliačiková**
najkrajšie riešenie: Natália Kropuchová

58 riešení

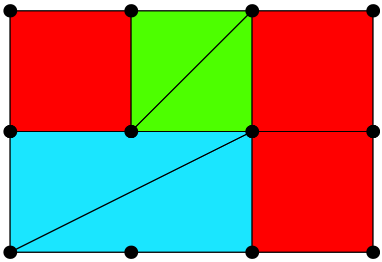
µ9L9j_0

Na obrázku je znázornená deka, ktorú plietol Apollo z dvoch častí, päťuholníka a šesťuholníka, v bodoch mriežky štvorcovej siete. Určte obsah šesťuholníka, ak päťuholník má obsah 15.



| _0ɐ0 j _0

Ak chceme zistiť, aký obsah má šesťuholník, snažíme sa predtým zistiť obsah jedného malého štvorčeka mriežky. Vieme, že päťuholník má obsah 15, poďme teda zistiť, koľko štvorčekov mriežky tento päťuholník zahŕňa. Deku si dokážeme rozdeliť na viac častí, aby sa nám to jednoduchšie počítalo (viď obrázok).



Celá deka sa skladá z 3 celých, nijak nerozdelených červených štvorčekov, modrého obdĺžnika s obsahom 2 štvorčekov a 1 zeleného štvorčeka. Päťuholník zaberá jeden červený štvorček (1 štvorček mriežky), polovicu zeleného štvorčeka (0,5 štvorčeka mriežky) a polovicu modrého obdĺžnika (1 štvorček mriežky, keďže obdĺžnik sa skladá z 2 štvorčekov). To dáva dokopy 2,5 štvorčeka mriežky, čo môžeme chápať aj ako 5 polštvorčekov. Obsah jedného polštvorčeka mriežky má teda obsah 15 : 5 = 3.
Šesťuholník sa skladá z 2 celých červených štvorcov a opäť z polovice zeleného štvorčeka a polovice modrého obdĺžnika (1 štvorček mriežky). Dokopy teda tvorí 3,5 štvorčeka, respektíve 7 polštvorčekov. Mohli sme si aj uvedomiť, že keď celá mriežka má 6 štvorčekov a päťuholník zabral 2,5 štvorčeka, tak potom nám pre šesťuholník ostalo $6 \quad 2;5 = 3;5$ štvorčeka. Obsah šesťuholníka tým pádom bude počet polštvorčekov krát obsah polštvorčeka, čo je $7 \quad 3$, a to sa rovná 21.

b n h 0 j §¾}

Musíme povedať, že väčšina z vás sa dopracovala k správnemu výsledku :). Avšak treba si dávať pozor, aby ste ho aj poriadne zdôvodnili. Napríklad nestačí rovno prehlásiť, že päťuholník sa skladá z 2,5 štvorčeka. Rovnako ste sa viacerí túto úlohu snažili riešiť presúvaním časti trojuholníka v modrom obdĺžniku, aby ste vytvorili celý štvorec. Toto však nepovažujeme za dostatočné riešenie, pretože možno je to pre vás očividné, že to tak je (a naozaj je to pravda), ale potrebujete odôvodniť, odkiaľ ste zistili, že dané trojuholníky sú naozaj rovnaké a je možné ich takto vymeniť.

3

opravovali: **Jano Richnavský** a **Rišo Vodička**

najkrajšie riešenia: Hanka Erdélyiová, Alenka Chladná

51 riešení

µ9L9j_0

V malej dedinke žije 5 pravdovravcov a 1 klamár. Môžeme si dvakrát vybrať ktorúkoľvek dvojicu a jednému z tejto dvojice položiť otázku, či je ten druhý klamár. Chceme s istotou určiť 4 pravdovravcov. Akým spôsobom sa máme pýtať?

|_0ɐ0j_0

Zo zadania vieme, že v dedine nám žije len jeden klamár. To znamená, že nech si vyberieme akúkoľvek dvojicu, bude to vždy dvojica dvoch pravdovravcov alebo dvojica jedného pravdovravca a jedného klamára. Poďme sa pozrieť na to, čo by jednotlivé dvojice povedali:

1. Ak máme dvojicu dvoch pravdovravcov a spýtame sa jedného z nich, vlastne sa spýtame pravdovravca otázku, či je pravdovravec klamár. Pravdovravec vždy hovorí pravdu, takže nám odpovie NIE. Keďže v dvojici máme oboch pravdovravcov, tak je nám jedno, koho sa spýtame. Určite dostaneme odpoveď NIE.

2. Ak máme v dvojici jedného pravdovravca a jedného klamára a spýtame sa pravdovravca či je klamár klamárom, povie nám ÁNO. Ak sa spýtame klamára či je pravdovravec klamárom, tak nám povie tiež ÁNO, pretože pravdovravec nie je klamárom, no keďže klamár vždy klame, tak nám zaklame a povie ÁNO. To znamená, že aj v tejto dvojici sa môžeme spýtať kohokoľvek, stále dostaneme tú istú odpoveď, a to odpoveď ÁNO.

Pri opýtaní sa otázky nejakej dvojice nám teda vždy zaznie rovnaká odpoveď, nech sa spýtame ktoréhokoľvek člena dvojice. A dokonca vieme aj určiť o akú dvojicu ide, keďže iba dvojica obsahujúca dvoch pravdovravcov nám povie NIE a iba dvojica, v ktorej je jeden pravdovravec a jeden klamár nám povie ÁNO.
Na začiatku si najprv vyberieme ľubovoľnú dvojicu a spýtame sa jedného jej člena. Môže nám povedať buď ÁNO, alebo NIE. Rozoberme si teraz jednotlivé možnosti:

1. Prvá dvojica nám odpovie ÁNO. Z toho vieme usúdiť, že to musí byť dvojica obsahujúca jedného pravdovravca a jedného klamára, teda vieme, že klamár sa určite nachádza v tejto dvojici. V dedine máme iba jedného klamára, čiže zvyšní 4 dedinčania, ktorí do tejto dvojice nepatria, sú s istotou pravdovravci. Takže máme určených štyroch pravdovravcov a v tejto možnosti nám viac otázok už netreba.

2. Prvá dvojica nám odpovie NIE. Z toho vieme usúdiť, že obaja členovia tejto dvojice sú pravdovravci. Vďaka tomu ale ešte nevieme určiť štyroch pravdovravcov, takže sa musíme pýtať ďalej. Ďalšiu si vyberieme takú dvojicu, v ktorej máme dvoch členov, ktorí nepatrili do prvej dvojice. Aj táto dvojica nám môže povedať buď ÁNO, alebo NIE:

    - Druhá dvojica nám odpovie ÁNO. Z toho vieme usúdiť, že v tejto dvojici sa určite nachádza klamár. A keďže klamár je len jeden, vieme, že zvyšní dvaja, ktorých sme do žiadnej dvojice nevybrali, sú určite pravdovravci. Spolu s pravdovravcami z prvej dvojice tak máme s istotou štyroch.
    - Druhá dvojica nám odpovie NIE. Z toho vieme usúdiť, že aj v tejto dvojici sa nachádzajú dvaja pravdovravci. Spolu s prvou dvojicou tak máme štyroch dedinčanov, o ktorých vieme, že sú pravdovravci, a teda sme úspešne našli štyroch pravdovravcov.

Žiadna iná možnosť neexistuje, a teda vždy vieme nájsť štyroch pravdovravcov postupom uvedeným vyššie.

bnh0j§¾}

Veľa z vás vyriešilo túto úlohu správne, čo nás teší. Tí riešitelia, ktorí nedostali plný počet bodov, väčšinou zabudli vysvetliť zopár drobností alebo nevyskúšali všetky možnosti. Pri takýchto úlohách, kde rozoberáme všetky možnosti, je vždy potrebné sa uistiť, že sme naozaj vyskúšali všetky. Taktiež sa nemusíte báť viac sa nám rozpísať a sme si istí, že nabudúce dostanete plný počet bodov :).

4

opravovali: **Peťo Kovács** a **Števo Vašak**

najkrajšie riešenie: Emilián Frischer

53 riešení

µ9L9j_0

Z čísla 9876543210 vyškrtni čo najmenší počet cifier tak, aby cifra na mieste desiatok bola trikrát menšia ako cifra na mieste tisícok a cifra na mieste jednotiek bola o tri menšia ako cifra na mieste stoviek. Nájdi všetky riešenia.

|_0ɐ0j_0

Na úvod je dôležité si uvedomiť, čo znamená, že z čísla škrtáme. Číslo, ktoré nám zostane po škrtaní musí obsahovať každú cifru najviac 1-krát a cifry v ňom musia byť zoradené rovnako ako v pôvodnom čísle 9876543210.
Zo zadania vieme, že cifra na mieste desiatok musí byť 3-krát menšia ako cifra na mieste tisícok. Na mieste tisícok preto môžeme mať iba cifru, ktorá je deliteľná 3 bezo zvyšku. Inak by nám nevyšlo na mieste desiatok celé číslo. Medzi ciframi sú 4 čísla deliteľné 3, a to 9, 6, 3 a 0.

Zistili sme teda, že máme iba štyri možné dvojice cifier na mieste tisícok a desiatok, a to 9 - 3, 6 - 2, 3 - 1 a 0 - 0 . Poďme si tieto jednotlivé situácie rozobrať:

- Ak by na mieste tisícok bola cifra 0, potom by aj na mieste desiatok musela byť 0, čo je spor so zadaním, pretože každú cifru máme v pôvodnom čísle iba raz.

- Ak by bola na mieste tisícok cifra 3 a na mieste desiatok cifra 1:

  Na mieste jednotiek by v tomto prípade určite musela byť cifra 0. To znamená, že na mieste stoviek bude musieť byť cifra 3, podľa pravidla zo zadania (cifra na mieste stoviek je o 3 väčšia ako na mieste jednotiek). To ale znamená, že v čísle máme dvakrát trojku, čo je však v spore so zadaním, pretože v pôvodnom čísle máme každú cifru iba raz. Táto možnosť teda nie je správna.

- Ak by bola na mieste tisícok cifra 6 a na mieste desiatok cifra 2:

  V tomto prípade musíme škrtnúť jednu z cifier 0, 1, aby sme dostali 2 na miesto desiatok. Máme teda dve možnosti:

  1. Ak by sme škrtli 1, na pozícii jednotiek by sme mali 0. To by znamenalo, že na pozícii stoviek bude 3. Posledné štyri cifry hľadaného čísla teda budú 6320.
  2. Ak by sme škrtli 0, na pozícii jednotiek by sme mali 1. Z toho vidíme, že na pozícii stoviek bude cifra 4. Posledné štyri cifry v tomto prípade budú 6421.

  Dostali sme teda dve možnosti, ako môžu vyzerať posledné štyri cifry v čísle. Aby sme dosiahli číslo, ktoré bude mať takéto posledné štyri cifry, musíme vyškrtnúť všetky cifry menšie ako 6, ktoré sa v posledných štyroch cifrách nenachádzajú. V oboch prípadoch teda musíme vyškrtnúť po 3 cifry a výsledné čísla budú vyzerať nasledovne: $9876\cancel{5}\cancel{4}32\cancel{1}0$! 9876320; $9876\cancel{5}4\cancel{3}21\cancel{0}$! 9876421:

- Ak by bola na mieste tisícok 9 a na mieste desiatok 3:

  V tomto prípade, na to, aby sme dostali cifru 9 na pozíciu tisícok, musíme vyškrtnúť práve 6 ľubovoľných číslic na nižších pozíciách. Nakoľko sme ale už našli dve riešenia, pri ktorých nám stačilo vyškrtnúť 3 cifry, žiadne z možných čísel v tejto možnosti nebude výsledkom.

Dostávame teda dve správne riešenia - 9876320 a 9876421, pričom obe získame vyškrtnutím troch cifier.

bnh0j§¾}

Skoro všetkým riešiteľom sa podarilo nájsť obe správne riešenia. Jednou z častých chýb bolo uvedenie aj možností s cifrou 9 na mieste tisícok ako správneho riešenia. Tu je kľúčová veta v zadaní, ktorá hovorí: vyškrtni čo najmenší počet cifier. Niektorí riešitelia riešili úlohu skúšaním, alebo nejakým postupným vyškrtaním. Pri takomto postupe je dôležité nezabudnúť ukázať, že iné možnosti nám nedajú riešenie, prípadne že sme vyskúšali naozaj všetky existujúce možnosti.

5

opravovali: **Janka Baranová**
najkrajšie riešenie: Ondrej Medo

58 riešení

µ9L9j_0

Každému zo svojich piatich spolubývajúcich chce Lysander darovať niekoľko palaciniek, každému aspoň jednu. Spolubývajúci vyslovili nasledujúce priania:

- Alfred: Chcem dostať rovnako veľa palaciniek ako Boris.
- Boris: Chcem dostať viac palaciniek ako Cyril.
- Cyril: Nechcem dostať rovnako veľa palaciniek ako Daniel.
- Daniel: Chcem dostať nepárny počet palaciniek.
- Emil: Chcem mať iný počet palaciniek ako ktokoľvek iný.

Koľko najmenej palaciniek Lysander potrebuje, aby mohol splniť priania všetkých piatich kamarátov? Prečo mu menej palaciniek nemôže stačiť?

|_0ƨ0j_0

Označme si počet palacieniek, ktorý dostanú spolubývajúci podľa prvého písmena ich mena – Alfred dostane A palaciniek, Boris B, Cyril C, Daniel D a Emil E palaciniek.
Zo zadania vieme 5 podmienok, ktoré chceme splniť:

1. $A = B$
2. $B > C$
3. $C \neq D$
4. D je nepárny počet, teda 1, 3, 5, $\dots$
5. $E \neq A$, $E \neq B$, $E \neq C$, $E \neq D$

Našou úlohou je prideliť počty palaciniek tak, aby Lysander musel darovať čo najmenej palaciniek – takže chceme, aby súčet $A + B + C + D + E$ bol čo najmenší.
Z 2. podmienky vieme, že B je aspoň 2, keďže $B > C$ a zároveň C je aspoň 1. A podľa prvej podmienky vieme, že $A = B$, teda aj A 2. Dokopy teda $A + B$ je aspoň $2 + 2 = 4$. Keďže vieme, že $A = B$, tak vlastne máme dokopy 2-krát počet palaciniek A (alebo B, keďže sú rovnaké). Preto $A + B$ musí byť párne, takže Alfred a Boris dokopy môžu dostať 4, 6, 8, $\dots$ palaciniek.

Podľa 3. podmienky vieme, že $C \neq D$ a podľa 5. zas $E \neq C$ a $E \neq D$. Z toho vyplýva, že C, D a E sú 3 rôzne čísla. Takže $C + D + E$ je najmenej $1 + 2 + 3 = 6$. Dokopy by teda úplne najmenej mohol Lysander darovať $4 + 6 = 10$ palaciniek. Je to ale možné? Poďme sa pozrieť na to, či 10 palaciniek vieme nejak poskladať a ak nie, tak koľko najmenej by už šlo.

- **o· q9e9H_j_0c** dosiahneme len ako $A = B = 2$ a C, D a E si musia rozdeliť 1, 2 a 3 palacinky (to je prípad, ako sme popísali, že vznikne ten najmenší súčet). C musí byť 1, keďže $B = 2$ a zároveň $B > C$. D musí byť nepárne číslo, teda ostáva už len 3. E musí byť iné ako všetky ostatné počty, preto nemôže byť 2, 1 ani 3, čo ale nesedí. Takže 10 palaciniek nevieme dosiahnuť.

Budeme postupne skúšať vyššie čísla, pričom pri najnižšom, ktoré sa nám podarí dosiahnuť skončíme a tým získame správnu odpoveď.

- **oo q9e9H_j_0c** môžeme dosiahnuť len s $A = B = 2$ (ak by totiž $A = B$ 3, tak $A + B$ 6 a spolu s $C + D + E$ 6 by sme mali súčet aspoň 12, čo je viac ako 11). Potom C musí byť 1 (z rovnakého dôvodu ako pri 10 palacinkách). To už máme súčet 5. D musí byť iné číslo ako C a zároveň nepárne, teda 3, 5, $\ldots$. Ak by bolo D aspoň 5, tak by sme mali už súčet 10, a teda E by muselo byť 1, čo nemôže, lebo $C = 1$ a on musí dostať iný počet palaciniek. Preto D musí byť 3, aby sme mohli dosiahnuť súčet 11 palaciniek. V súčte máme dokopy 8, teda E musí dostať 3, čo nesedí, lebo E musí dostať iný počet palaciniek ako ostatní, teda aj ako D.

- **o© q9e9H_j_0c** už nie je problém dosiahnuť. Napríklad ako $A = B = 2$, $C = 1$, $D = 3$ a $E = 4$ alebo tiež $A = B = 3$, $C = 1$, $D = 3$ a $E = 2$.

µ\}j«§_0I ukázali sme teda, že pri splnení podmienok 1., 2., 3. a 5. sa vieme dostať minimálne na 10 palaciniek. Ďalej sme ukázali, že 10 ani 11 palaciniek nevieme dosiahnuť, ak chceme dodržať všetky podmienky. Pri 12 palacinkách sme ukázali príklad (ako ich dosiahnuť), ktorý spĺňa všetky podmienky zo zadania.
Lysander potrebuje aspoň 12 palaciniek.

bnh0j§¾}

Úloha bola zameraná na systematické prejdenie všetkých možností a v ideálnom prípade bolo dôležité počet preberaných možností zúžiť na čo najmenší. Každý postupoval trošku ináč – začal skúšať pri inej podmienke, ale tí, čo dostali 9 bodov ma naozaj presvedčili o tom, že vyskúšali všetky možnosti. Veľa z vás však iba vypísalo pár variánt, ako mohol Lysander rozdeliť palacinky, ale už neokomentovali, prečo práve tieto varianty pripadajú do úvahy a prečo práve z nich vznikol ten najmenší počet. Nabudúce ak rozoberáte možnosti, tak musíte popísať prečo práve tieto, prípadne ich rozobrať všetky a popísať, prečo iné neexistujú. Pretože takto neviem, či menší počet palaciniek by sa v nejakej inej variante predsa len ešte nenašiel. To je škoda, pretože pri takýchto riešeniach som nemala za čo rozdávať body.

6 opravoval: **Kubo Genči**
najkrajšie riešenie: Vojto Bálint

42 riešení

µ9L9j_0

Artemis a Vincent majú na stole kôpku 100 kamienkov a hrajú takúto hru: hráč vo svojom ťahu vezme vždy z kôpky nejaký počet kamienkov, ktorý je deliteľom aktuálneho počtu kamienkov v kôpke, nesmie však vziať všetky kamienky. V ťahoch sa striedajú a Artemis začína. Hráč, po ktorého ťahu zostane 1 kamienok na kôpke, vyhráva. Určte, ktorý z hráčov má víťaznú stratégiu a ako vyzerá.

| _0ɐ0j_0

Na vyriešenie tejto úlohy si potrebujeme uvedomiť dve jednoduché myšlienky:

- všetky (celé) čísla sú deliteľné jednotkou,
- všetky nepárne čísla môžeme dostať iba ako súčin (ľubovoľného počtu) nepárnych čísel.

Čo pre nás znamená, že (každé) nepárne číslo môžeme dostať iba ako súčin nepárnych čísel? Znamená to, že nepárne číslo bude mať iba nepárnych deliteľov. Z toho vyplýva, že ak bude na stole nepárny počet kamienkov, tak hráč, ktorý je na ťahu, musí odobrať nepárny počet kamienkov. Na stole tak zostane párny počet kamienkov (lebo nepárne číslo mínus nepárne číslo je číslo párne). Naopak, ak je na stole párny počet kamienkov, je možné odobrať aj párny, aj nepárny počet kamienkov (určite môžeme vždy odobrať 1 kamienok alebo 2 kamienky, ak je ich na stole viac ako 2).

Na začiatku hry je na stole párny počet kamienkov a hra končí keď ich bude nepárny počet (konkrétne 1 kamienok). Artemis (ktorá začína) môže odobrať jeden kamienok. Tak ich na stole zostane nepárny počet. Vincent následne odoberie nepárny počet kamienkov (nemá inú možnosť ako sme si vysvetlili vyššie), a tak na stole zostane párny počet kamienkov. Artemis potom znovu môže odobrať jeden kamienok a na stole ich bude opäť nepárny počet. Takto sa budú striedať v ťahoch až kým na stole nezostanú dva kamienky. Keďže párny počet kamienkov zostáva na stole po Vincentovom ťahu, Artemis bude môcť odstrániť jeden z posledných dvoch kamienkov a tým pádom vyhrá.
Víťaznú stratégiu má teda Artemis a je celkom jednoduchá. Vždy jej stačí zo stola zobrať práve 1 kamienok.

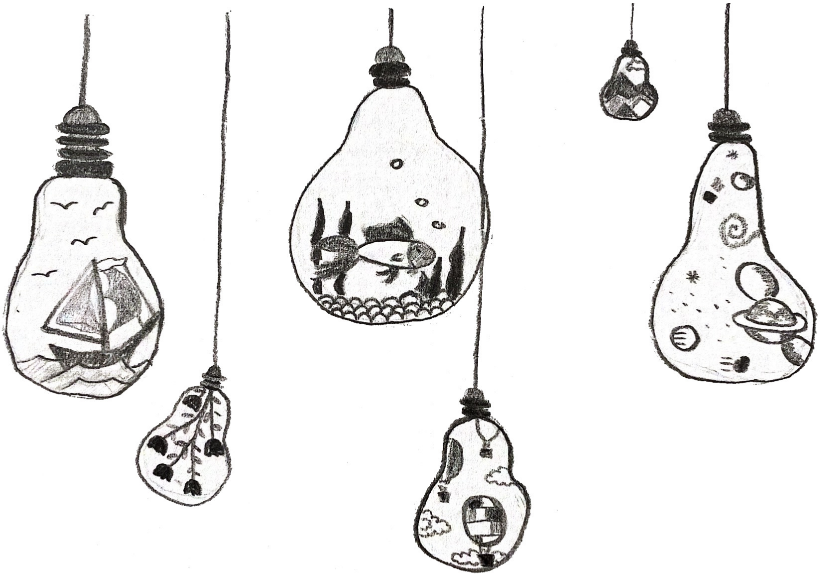
b n h 0 j §¾}

Vzorové riešenie bude samozrejme fungovať, aj keď bude Artemis odoberať iný nepárny počet kamienkov. Ide o to, že číslo 1 je jediný nepárny deliteľ niektorých párnych čísel (napríklad čísla 32). Ak máte 8 bodov, tak toto je presne tá vec, ktorú ste v riešení zabudli spomenúť – že všetky párne čísla majú naozaj aspoň jedného nepárneho deliteľa ;).
Keď sa pozriete do poradia, zistíte, že mnoho z vás dostalo nie až tak veľa bodov. V týchto riešeniach sa opakovala rovnaká chyba. Zadanie úlohy od nás chce, aby sme zistili, ktorý z hráčov má víťaznú stratégiu a ako vyzerá.
Dostávame sa k otázke: Čo to tá víťazná stratégia vlastne je? Chceme nájsť nejaký univerzálny postup, ktorý garantuje výhru jednému z hráčov, ak sa ním bude riadiť. Tento postup však musí fungovať, nech súper odoberie ľubovoľný (prípustný) počet kamienkov vo svojom ťahu.
Keďže víťazná stratégia má byť univerzálna, musí dávať návod, čo urobiť už v prvom ťahu hráča, pre ktorého je určená. Preto riešenia typu „vyhrá hráč, ktorý sa dostane na 4 kamienky“ nehovoria nič o víťaznej stratégii.
Nabudúce sa skúste poriadne zamyslieť nad tým, čo od vás zadanie chce. Ak zistíte, že vaša odpoveď nie úplne zodpovedá našej otázke, možno vám v riešení niečo chýba. Ak sa vám to podarí opraviť, takmer určite dostanete viac bodov :).

bnj0ċjĹ qn}9L_0 ¶_h jĹ\n 0h0 §}9 ¨ou }nċj∂c9

pn}9L_0	g 0jn 9 q}_0¶®_ cn	|nċj∂c	¥cne9	p~	ou	©u	¨u	Vu	Uu	£u	G~
ou] ¨u	|_H\9}L ~0h9j_e_j	µU	µp8jXbN	UV	k	k	k	k	k	k	**o·P**
	[9j9 N}LĹe´_n®¾	µ£	W8 gĊ8?8	UV	k	k	k	k	k	k	**o·P**
	8e0j9 G\e9Lj¾	µ£	W8 gĊ8?8	UV	k	k	k	k	k	k	**o·P**
Vu] Uu	8e_H9 SǸeL0 n®¾	µU	-~G\9}en§§	U¨	k	k	P	k	k	k	**o·¢**
	-na§n ?¾e_j§	µ£	Gµ | µ9µ8	U¨	k	k	k	k	k	k	**o·¢**
£u] ¢u	g 9}0c g_ċcn	µU	µb}nVbN	U©	k	k	k	k	¢	k	**o·£**
	Ne0j9 b«jL}∂cn®¾	µU	µb}nVbN	UV	£	k	k	¢	k	k	**o·£**
Pu	mjL}0a g0Ln	µU	µ~H\ h_§	Uo	k	k	k	k	k	k	**o·U**
ku	¥_hnj `nj9e§∂c	µU	µµj_0?8	UV	k	P	k	k	V	V	**o·o**
o·u	S_e_q S0\0}	µU	µp8jXbN	U©	¢	¢	k	k	]	k	**o··**
oou	d9L_ e9® be_h0j§	µU	µdin®bN	VU	P	k	P	k	¨	k	**k£**
o©u	g_H\9e [«L¾c	µU	~µd0}bN	V£	¢	¢	k	£	k	k	**kV**
o¨u] oUu	me∂®_9 K_cn®¾	µ¨	^ 9²e	Vk	k	¢	k	¢	©	]	**k©**
	8X¾§9 [9e9h_ċcn®¾	µV	~µ¥S0e_²?8	V¢	£	k	k	¢	¨	U	**k©**
	Nh_e_¾j S}_ H\0}	µU	µdin®bN	V¢	£	k	k	k	¨	£	**k©**
o£u	K9j_0e9 ¦c¾ċn®¾	µ£	µd0®n~i	UV	¢	k	k	P	¨	o	**ko**
o¢u] oku	`9c«@ b9§}¾c	µ£	µpne_bN	Vo	k	£	k	k	£	P	**PP**
	Ne0j9 g_c«en®¾	µV	~µ¥S0e_²?8	U·	£	k	k	]	U	]	**PP**
	b9§9}∂j9 ¦G§\n®¾	µU	µ[Q}c´	Vo	k	k	P	U	V	P	**PP**
©·u	p9§}_c d0\nHc꜀	µ¨	µb©bN	VP	£	k	]	P	U	¨	**P¢**
©ou] ©¨u	b9§9}∂j9 ¥0 §¾cn®¾	µU	µ-꜀®n?8	Vk	£	k	U	¨	¢	]	**PV**
	8e0²9jL0} ~¶9 ¶_	µ£	W8e0abN	V¨	£	¢	£	¢	¢	P	**PV**
	g 9}§_j9 -na§0cn®¾	µV	µ?9e9@0jc9	¨£	P	k	k	k	V	]	**PV**
©Vu	¥_hnj d«c9ċ∂j	µ£	W8e0abN	V©	£	¢	k	k	U	U	**P¨**
©Uu] ©£u	`9c«@ ¦nh9 ¶	µU	µb}nVbN	¨¨	£	k	k	k	U	P	**P©**
	i0ec9 be0eċn®¾	µ£	Wµ®ne0j	V©	£	k	P	£	V	¢	**P©**
©¢u	p9§}_c g«}∂j	µU	µb}nVbN	UV	¢	¢	©	£	©	o	**P·**
©Pu	i9§¾e_9 b}nq«H\n®¾	µ£	µb}nVbN	VV	£	k	k	V	U	©	**¢k**
©ku	|_H\9}L S«§¾e	µU	µp8jXbN	VU	£	£	£	U	¨	o	**¢£**
¨·u	b9}ne∂j9 |9aǘ¾cn®¾	µ£	W8e0abN	¨£	£	k	P	k	U	]	**¢¨**
¨ou	¦nh¾e bn®¾ċ	µ£	µµe9§¾ | -	¨P	£	¢	P	U	V	¨	**¢o**
¨©u	~§0e9 `«\¾ n®¾	µ£	W8e0abN	VU	k	k	]	]	£	]	**£k**
¨¨u	p9§}_c ~ce0j¾}	µU	µbnh£~d	VU	U	o	P	¨	¨	·	**£P**
¨Vu] ¨Uu	g_H\90e K«L¾e	µ£	W8e0abN	V©	U	£	P	©	©	o	**££**
	gnj_c9 [«h0j∂cn®¾	µ£	W8e0abN	VV	U	¢	V	o	©	¨	**££**
¨£u	g 9}§_j9 bn®¾ċn®¾	µU	µ?}« jn	¨£	¢	¢	V	¨	¨	o	**£¨**
¨¢u	~9jL}9 S«§¾en®¾	µU	µp8jXbN	V·	U	£	U	©	o	o	**£o**
¨Pu	d«c¾e W9´	µ£	W8e0abN	©P	£	¢	o	k	V	©	**U¢**
¨ku	|n@@_j ¥_hcn	µ£	µb}nVbN	©¢	£	£	£	P	©	]	**UU**
V·u	me_®0} |n\«§j꜀	µU	¥q g iK9W	o©	¢	¢	¢	P	V	]	**U©**
Vou	G´}_e Knjn®9e	µV	µb«e?8	oP	U	£	£	¨	©	o	**V£**
V©u	?9}@n}9 -na§9j∂cn®¾	µU	µb}nVbN	VV	]	]	]	]	]	]	**VV**
V¨u] VUu	Knh_j_c [}L_j9	µ£	Wdi?8	V¨	]	]	]	]	]	]	**V¨**
	¦9§_9j9 [}_jcn®¾	µ£	µg_H\9ξ9j´	V¨	]	]	]	]	]	]	**V¨**
	S_e_q p}_0enh0c	µU	µ[9h«ea9c9	o¢	£	£	¢	¨	·	o	**V¨**

pn}9L_0	g 0jn 9 q}_0¶®_ cn	|nċj∂c	ɏcne9	p~	ou	©u	¨u	Vu	Uu	£u	G~
V£u] V¢u	-0}nj_c9 ɏ§_9®j_Hc¾	µU	µb}nVbN	©¢	£	]	¢	]	©	]	**V©**
	K9j_0e9 ɏ§«e9a§0}n®¾	µ£	µb}nVbN	©©	k	¢	]	]	V	]	**V©**
VPu	g_}_9h d0H\h9jn®¾	µU	µb9q«ɐ9j´	oP	U	U	]	P	©	o	**Vo**
Vku	N®9 -}¾@en®¾	µU	G~ɏKb	ok	£	£	]	©	©	]	**¨¢**
U·u	K9h_¾j S0Ln}	µ£	µ`«\-j¦	©V	]	¨	£	]	¨	]	**¨£**
Uou	p9§}∂H_9 pe9jċ¾}n®¾	µ£	W8e0abN	ok	U	£	V	]	·	]	**¨V**
U©u] U¨u	?9}@n}9 ɏ0®Hn®¾	µ£	µb}nVbN	©¨	]	]	P	·	©	]	**¨¨**
	i0e9 [9@9 n®¾	µ£	µ~h_^9j´	o¨	©	¢	V	©	©	¨	**¨¨**
UVu	ɏ_hnj µ9®9Hc·ˡ	µ£	W8e0abN	o¢	U	U	]	o	©	o	**¨o**
UUu] U£u	d_e9 bnjL^«}n®¾	µ£	µg¾aipm	o¨	U	¨	o	¨	·	U	**¨·**
	b}_ §nT0} in0e |a9@_jċ¾c	µU	µb}nVbN	·	V	£	k	V	¨	o	**¨·**
U¢u	K9j_0e9 ~§}9h@n®¾	µU	µb}nVbN	o¢	£	£	]	]	]	]	**©k**
UPu	Ka9h_e9 i_9jX	µ£	WSWd[?8	oV	U	U	]	©	©	]	**©P**
Uku	g_H\90e9 m®ċ_9}cn®¾	µ£	W8e0abN	oV	U	]	¨	¨	©	]	**©¢**
£·u	g¾}_9 pne¾cn®¾	µ£	µ[9h«ea9c9	©¨	]	]	]	]	]	]	**©¨**
£ou	p0§0} Ģ«}_H9	µ£	W8e0abN	oP	]	]	]	]	]	]	**oP**
£©u] £¨u	g9}§_j `9jnɐcn	µU	µb}nVbN	o¢	]	]	]	]	]	]	**o¢**
	b9}ne∂j9 g0jɐ∂cn®¾	µU	µb}nVbN	o¢	]	]	]	]	]	]	**o¢**
£Vu	`«}9a 8jL}0acn	µ£	W8e0abN	oU	]	]	]	]	]	]	**oU**
£Uu	8L0e9 pnenh c¾	µ£	µb}nVbN	U	]	£	]	©	]	o	**oV**
££u	g9}§_j ?9@∂c	µ£	µb}nVbN	¢	]	U	]	]	o	]	**o¨**
£¢u] £Pu	8h_j9 g9h9jn®9	µ©	W8gĊ8?8	oo	]	]	]	]	]	]	**oo**
	N®9 p n§n®¾	µ£	µ?0}o£bN	·	©	o	¢	·	o	]	**oo**
£ku	d0n ¦n}h9	µ£	µb}nVbN	k	]	]	]	]	]	]	**k**
¢·u	µ«¶9j9 d«c9ċcn®¾	µ£	~ge¾Lpp	¢	]	]	]	]	]	]	**¢**
¢ou] ¢©u	~0@9 §_¾j ¦«}ċ0c	µU	µW@0eH0	©	·	·	·	o	©	o	**£**
	K¾®_L bn §«}9	µ£	W8e0abN	·	¨	o	o	o	·	·	**£**
¢¨u	g9² [en^0c	µ£	µb}nVbN	¨	]	]	]	]	]	]	**¨**



i ¾¶n®I MALYNÁR – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 3 • December 2021 • Zimný semester 31. ročníka
¯ 0@I `malynar.strom.sk`
N] h 9_eI `malynar@strom.sk`
| _0ɐ0 j _9I Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese `riesenia@strom.sk`

m}X9 j _¶¾§n}I Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.