# MALYNÁR

Číslo **5** — Ročník **33** **malynar.strom.sk**

# Ahoj!

Tvojmu pohľadu zjavne neuniklo ďalšie vydanie MALYNÁRa, v ktorom nájdeš nielen poradie po prvej sérii tohto semestra, ale aj naše vzorové riešenia. Nezabúdaj však, že sme ešte len v polčase, tak určite nepoľavuj a pusti sa do druhej série. S radosťou očakávame tvoje ďalšie riešenia!

vedúci MALYNÁRa

# Ako bude

## Minisústredenia na školách

Niektoré zážitkové a vzdelávacie aktivity, ktoré robíme, by sme radi priblížili aj skupine žiakov, ktorí neriešia naše semináre, v podobe krátkeho matematického sústredenia priamo v škole. V spolupráci so školami organizujeme jednodňové a dvojdňové matematické „minisústredenia“ pre 30 až 60 žiakov 5. – 9. ročníka (vždy rozsah najviac 4 ročníkov). Sústredenia prebiehajú priamo v priestoroch školy. Viac sa dozviete na `https://malynar.strom.sk/sk/aktivity/minisustredenia/`.

## Prímestský matematický tábor

PriMaT je jednoznačne akcia, ktorú toto leto nechceš zmeškať! Tento rok sa uskutoční od 15. do 19. 7. Spolu so svojimi kamarátmi na ňom zažiješ množstvo súťaží i zaujímavých hier. Nebudú chýbať športy, výlety, zážitky, tvorivé aktivity a čas si nájdeme aj na trochu matematiky. To všetko zažijeme v rámci pútavého deja obohateného scénkami v podaní našich vedúcich. Viac informácií o prihlasovaní a priebehu tábora nájdeš na `https://malynar.strom.sk/dennytabor/`.

## Tábor mladých matematikov

Drahý riešiteľ, ak si šiestak a premýšľaš, čo s časom počas letných prázdnin, máme pre teba dobré správy! Už vieme, kedy a kde sa bude konať TMM, teda Tábor mladých matematikov! V kalendári si rezervuj 29. júla až 5. augusta 2024, pretože práve vtedy sa ocitneme v Rekreačnom stredisku Zelený breh na najúžasnejšej akcii roka. Pozvánku s odkazom na prihlasovanie nájdeš na stránke.

Nevieš, čo je TMM? Tábor mladých matematikov je ako sústredenie, avšak je dlhšie, takže o toľko lepšie! Viac informácií a aj samotnú pozvánku a prihlasovanie nájdeš na `https://malynar.strom.sk/tmm/`.

## *Máš problém?!*

Ďalší ročník populárnej online sútaže Máš problém?! sa tentokrát uskutoční v piatok 3. mája 2024. Súťaž je určená primárne pre žiakov 4. až 9. ročníka ZŠ a príslušných ročníkov OG, no zapojiť sa môžu i šikovní mladší žiaci.

Pre súťažiacich sme si už tradične pripravili sadu zaujímavých matematických problémov a úloh, na riešenie ktorých majú 60 minút. Ak sa plánujete registrovať, nezabudnite následne potvrdiť vašu registráciu v e-maili, ktorý vám bude zaslaný do vami uvedenej schránky.

Viac informácií o samotnej súťaži ako aj registráciu nájdeš na `https://masproblem.strom.sk/`.

# *Vzorové riešenia 1. série úloh letného semestra*

## 1

opravovali: **Martin Šmilňák** a **Branislav Ječim**
najkrajšie riešenia: Zuzana Bábeľová a Matúš Varhoľák

41 riešení

### *Zadanie*

Hubert našiel v lavici zabudnutú kocku, ktorá má na stenách ľubovoľne napísané čísla od 1 po 6, každé práve raz. Traja kamaráti sa zapozerali na kocku a všimli si, že každý ju vidí z inej strany a že každý vidí vrchnú stenu a dve susedné bočné steny. Zároveň platí, že každý z trojice vidí inú dvojicu bočných stien. Tiež si všimli, že ak sčítajú čísla, ktoré na stenách vidia, tak dostanú čísla $9, 14$ a $15$. Aké číslo môže byť na spodnej stene? Nájdite všetky možnosti a ukážte, že žiadne iné neexistujú.

### *Riešenie*

Každý z troch kamarátov vidí práve tri steny. Pozrieme sa na možnosti, ako môžeme dostať jednotlivé súčty. Kamarát, ktorý vidí steny so súčtom 15, musí vidieť steny 6, 5, 4, pretože súčet 15 vieme dostať len týmto jediným spôsobom. Súčet 14 tiež vieme dostať len jediným spôsobom, a to $6 + 5 + 3$. A súčet 9 vieme dostať tromi rôznymi spôsobmi, a to $6 + 2 + 1$, $5 + 3 + 1$, $4 + 3 + 2$.

| súčet | stena 1 | stena 2 | stena 3 |
|---|---|---|---|
| 15 | 6 | 5 | 4 |
| 14 | 6 | 5 | 3 |
| 9 | 6 | 2 | 1 |
| | 5 | 3 | 1 |
| | 4 | 3 | 2 |

Každý z troch kamarátov vidí vrchnú stenu, čo znamená, že jedno číslo vidia všetci kamaráti. Všimneme si, že také číslo môže byť buď 6, alebo 5. Ak by to však bolo číslo 6, tak by videli steny $6 + 5 + 4$, $6 + 5 + 3$, $6 + 2 + 1$, čiže by videli všetkých šesť stien kocky, čo nemôžu.

Takže číslo na vrchu kocky, ktoré vidia všetci, je číslo 5. Z toho vyplýva, že vidia steny takto:

| súčet | stena 1 | stena 2 | stena 3 |
|---|---|---|---|
| 15 | 6 | 5 | 4 |
| 14 | 6 | 5 | 3 |
| 9 | 5 | 3 | 1 |

Jediné číslo, ktoré sa tu nenachádza, je číslo 2, čo znamená, že 2 musí byť na spodnej stene.

### *Komentár*

Sme radi, že sme obdržali veľa pekných a správnych riešení. Častými chybami boli prípady, keď ste nie úplne presne vysvetlili, prečo musí byť na vrchnej stene práve číslo 5, alebo prečo potom už musí byť na spodnej stene číslo 2. Zopár riešení využívalo tvrdenie, že kocka je štandardnou hracou kockou (kde súčty protiľahlých stien sú rovné 7), avšak to zo zadania nijako nevyplývalo (i keď výsledná kocka takto v skutočnosti vyzerala). V týchto prípadoch sme preto museli strhávať body.

## 2

opravovali: **Štefan Vašak** a **Tomáš Lang**

najkrajšie riešenie: Pavol Murín

44 riešení

### *Zadanie*

Vo vílom údolí majú iba 3 typy mincí s hodnotami 2, 5 a tretiu hodnotu, ktorú Vanda práve zabudla. Vieme ale, že Hubert prvú zmrzlinu, ktorá stála 13, nevedel zaplatiť menej ako troma mincami, ale troma mincami ju zaplatiť už vedel. Takisto druhú zmrzlinu za 19 nevedel zaplatiť menej ako tromi mincami, no presne troma už áno. Aká je hodnota tretieho typu mincí? Nájdite všetky možnosti a ukážte, že žiadne iné neexistujú.

### *Riešenie*

Máme tri typy mincí, s hodnotami 2 a 5 a s treťou hodnotu, ktorú nepoznáme. Tak si ju označíme ako neznámu. Tromi mincami vieme platiť nasledovne:

1. Použijeme všetky tri mince rovnaké,
2. použijeme dve mince rovnaké a tretiu inú alebo
3. použijeme tri rôzne mince.

Zmrzlinu za 13 ani za 19 nevie zaplatiť iba mincami 2 a 5, lebo keď platíme týmito mincami, dostanem 4 súčty, a to takto:

| 1. minca | 2. minca | 3.minca | súčet |
|---|---|---|---|
| 2 | 2 | 2 | 8 |
| 2 | 2 | 5 | 14 |
| 2 | 5 | 5 | 12 |
| 5 | 5 | 5 | 15 |

Ako vidíme, nikde nevyšiel súčet 13 ani 19, takže vždy budeme potrebovať použiť neznámu mincu.

Zmrzlinu za 13 vedel zaplatiť práve tromi mincami, čiže máme tieto možnosti:

| 1. minca | 2. minca | 3.minca | neznáma |
|---|---|---|---|
| 2 | 2 | neznáma | 9 |
| 2 | 5 | neznáma | 6 |
| 5 | 5 | neznáma | 3 |
| 2 | neznáma | neznáma | 11 : 2 |
| 5 | neznáma | neznáma | 4 |
| neznáma | neznáma | neznáma | 13 : 3 |

Zmrzlinu za 19 vedel zaplatiť taktiež práve tromi mincami, čiže máme tieto možnosti:

| 1. minca | 2. minca | 3.minca | neznáma |
|---|---|---|---|
| 2 | 2 | neznáma | 15 |
| 2 | 5 | neznáma | 12 |
| 5 | 5 | neznáma | 9 |
| 2 | neznáma | neznáma | 17 : 2 |
| 5 | neznáma | neznáma | 7 |
| neznáma | neznáma | neznáma | 19 : 3 |

Vidíme, že je iba jedna neznáma, ktorá je v oboch prípadoch rovnaká, a to 9. Hodnota tretieho typu mincí je teda 9.

### *Komentár*

Mnoho z vás riešilo úlohu vypísaním možností. Takýto postup nie je nesprávny, no pri jeho použití musíte veľmi pozorne dbať na to, aby ste skutočne prešli úplne všetky možnosti a žiadnu nevynechali. Je to obzvlášť dôležité v úlohách, kde je potrebné ukázať, že žiadne iné možnosti neexistujú. Preto je dôležité v riešení popísať postup, akým ste možnosti získali, a prečo žiadne iné možnosti nevyhovujú zadaniu. Bez neho je riešenie neúplné.

## 3

opravovali: **Benji Mravec**, **Kalista Semancová** a **Nina Betáková**

najkrajšie riešenia: Hana Lascáková a Paulína Pokorná

31 riešení

### *Zadanie*

Hubert nalieval každé ráno hmlu do rozmanitých, rôzne veľkých nádob, ktoré si starostlivo zoradil na polici. Pri nalievaní postupoval postupne z jednej strany a žiadnu nádobu nepreskakoval. Do každej nádoby sa vojde aspoň liter hmly. Keby nalieval hmlu sedemdesiatlitrovou odmerkou, hmla z prvého nabratia by naplnila presne 11 nádob, hmla z druhého nabratia by naplnila presne ďalších 12 nádob a hmla z tretieho nabratia by naplnila presne ďalších 7 nádob. Ak by použil päťdesiatlitrovú odmerku, tak hmla z prvého nabratia by naplnila presne 8 nádob, z druhého nabratia presne ďalších 10 nádob, z tretieho presne ďalších 7 nádob a zo štvrtého presne ďalšie 4 nádoby. Rozhodnite, či je tridsiata nádoba v poradí väčšia ako dvadsiata piata, a poriadne zdôvodnite, prečo to tak musí byť.

## *Riešenie*

Zo zadania vieme, že 3 sedemdesiatlitrové odmerky naplnia prvých 11+12+7, teda 30 nádob. Súčet objemov týchto nádob je preto 210. Taktiež vieme, že 4 päťdesiatlitrové odmerky naplnia prvých $8+10+7+4$, teda 29 nádob. Súčet objemov týchto nádob, je preto 200. Rozdiel medzi súčtom objemov prvej a druhej skupiny nádob je 10. Líšia sa len jednou, 30. nádobou. Jej objem preto musí byť 10.

2 sedemdesiatlitrové odmerky naplnia prvých 11+12, teda 23 nádob. 3 také odmerky ich naplnia 30. Z toho vyplýva, že nádoby od 24. po 30. sa dajú naplniť práve jednou sedemdesiatlitrovou odmerkou, teda súčet ich objemov je 70.

3 päťdesiatlitrové odmerky naplnia prvých $8+10+7$, teda 25 nádob. 4 také odmerky ich naplnia 29. Z toho vyplýva, že nádoby od 26. po 29. sa dajú naplniť jednou päťdesiatlitrovou odmerkou, teda súčet ich objemov je 50.

Skupina od 24. po 30. nádobu má súčet objemov o 20 väčší ako skupina od 26. po 29. nádobu. Líšia sa ale len v troch nádobách. Prvá skupina má navyše 24., 25. a 30. nádobu. Súčet objemov týchto troch nádob je preto 20.

Už vieme, že 30. nádoba má objem 10. Preto platí, že súčet objemov 24. a 25. nádoby je 10. Keďže vieme, že každá nádoba má objem aspoň 1, tak objem 25. nádoby môže byť najviac 9. Keďže objem 30. nádoby je 10,tak je určite vždy väčšia ako 25. nádoba.

## *Komentár*

Takmer všetkým z vás sa podarilo úlohu vyriešiť správne a získať tak 9 bodov, čo nás veľmi teší. :) Zvyšným z vás, ktorým sme stiahli pár bodov, chýbalo detailnejšie vysvetlenie toho, čo presne sa vo vašom riešení deje. Viacerí z vás stratili 1 bod, lebo nevysvetlili, že v každej nádobe musí byť aspoň 1 liter, a preto v 25. nádobe môže byť najviac 9 litrov.

# 4

opravovali: **Erik „Rici“ Novák** a **Sarah Klopstock**
najkrajšie riešenie: Branislav Jendroľ

36 riešení

## *Zadanie*

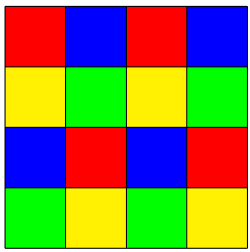
Mapa knižnice je štvorčeková sieť $4 \times 4$, kde každý zo 16 štvorčekov je zafarbený práve jednou zo 4 farieb podľa toho, o akých vílach daná sekcia je: červená, modrá, zelená, žltá. Hubert vidí, že na mape je 9 rôznych $2 \times 2$ štvorcov.

a) Môže mapa vyzerať tak, že každý $2 \times 2$ štvorec obsahuje práve jeden štvorček z každej farby? Ak áno, nakreslite ako, ak nie, vysvetlite prečo.

b) Môže mapa vyzerať tak, že každý $2 \times 2$ štvorec obsahuje práve jeden štvorček z každej farby a zároveň aspoň 2 rohové štvorčeky veľkého $4 \times 4$ štvorca majú rovnakú farbu? Ak áno, nakreslite ako, ak nie, vysvetlite prečo.

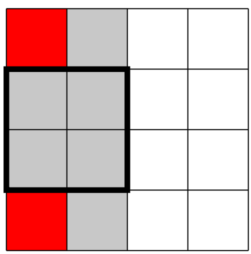
## *Riešenie*

Na dokázanie prvej časti úlohy nám postačí nájsť jedno riešenie. Príkladom je obrázok. Avšak možností je o mnoho viac.



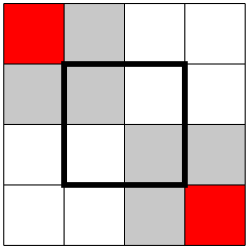
Riešme teraz druhú časť úlohy. Ak by nejaké dva z rohov boli rovnakej farby (napríklad červenej), mohli by to byť buď protiľahlé, alebo priľahlé rohy. Rozoberieme si tieto dva prípady:

- Ak by boli priľahlé, tak dostávame nasledujúci obrázok:

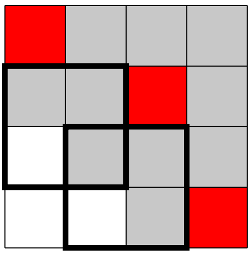


Sivou sú vyznačené štvorčeky, ktoré už nemôžu byť červené, lebo potom by boli v jednom $2 \times 2$ štvorci dva červené štvorčeky, čo nemôže nastať. Hrubo vyznačený štvorec sa ale skladá iba zo sivých štvorčekov, teda nebude obsahovať žiaden červený, čo je v rozpore so zadaním. Tento prípad teda nemôže nastať.

- Ak by boli protiľahlé, tak dostaneme nasledujúci obrázok:



Sivé štvorčeky sú opäť tie, ktoré už nemôžu byť červené. V strede je vyznačený štvorec obsahujúci dva biele štvorčeky. Jeden z nich musí byť červený. Vďaka symetrii obrázka nezáleží na tom, ktorý to bude. Keď jeden z nich zvolíme, dostaneme nasledujúci obrázok:



Na ňom sú vyznačené dva štvorce a v každom sú práve tri sivé štvorčeky a jeden biely štvorček. Sivé štvorčeky nemôžu byť červené, takže oba tieto biele štvorčeky musia byť červené. Nachádzajú sa ale v jednom $2 \times 2$ štvorci v ľavom dolnom rohu. Ten by tak obsahoval dva červené štvorčeky, čo nemôže nastať. Ani v tomto prípade nevieme splniť podmienky zo zadania.

Ani v jednom z dvoch prípadov sa nedá dodržať zadanie, a preto druhá časť úlohy nemá riešenie.

5

opravovali: **Lucka Kleščová**, **Katka Farbulová** a **Gabča Genčiová**

najkrajšie riešenie: Andrew Pivnenko

37 riešení

## *Zadanie*

Prišli do klubovne a Viktor Hubertovi vysvetlil, že každá víla celý čas buď klame alebo hovorí pravdu. Veterné víly sa vyjadrili takto:

- Anemoi: Kód obsahuje cifru 8.
- Boreas: Kód obsahuje cifru 2. Dogoda klame.
- Caelus: Kód je číslo deliteľné 3. Kód je číslo menšie ako 90.
- Dogoda: Kód je číslo deliteľné 7. Klamú aspoň dvaja z nás.
- Eurus: Anemoi aj Caelus zároveň hovoria pravdu. Kód obsahuje cifru 9. Kód má aspoň 3 cifry.

Aký je teda kód, ak vieme, že ide o kladné celé číslo? Nájdite všetky možnosti a dokážte, že žiadne iné neexistujú.

## *Riešenie*

Caelus tvrdí, že kód je číslo menšie ako 90. Eurus však tvrdí, že kód má aspoň 3 cifry. Žiadne číslo nemôže spĺňať obe podmienky naraz. Eurus a Cealus nemôžu preto naraz hovoriť pravdu. Eurus tvrdí, že Anemoi a Caelus zároveň hovoria pravdu. Ak by Eurus hovoril pravdu, tak by aj Caelus hovoril pravdu, no my už vieme, že obaja pravdu naraz hovoriť nemôžu. Preto musí Eurus klamať.

Z toho, že Eurus klame, vyplýva, že kód neobsahuje cifru 9 a má menej ako 3 cifry. Kód potom musí byť menší ako 90 (čísla s 2 ciframi väčšie ako 90 všetky obsahujú cifru 9). Preto musí Caelus hovoriť pravdu.

Eurus tvrdí, že Anemoi a Caelus zároveň hovoria pravdu. Keďže klame, platí opačné tvrdenie a aspoň jeden z nich musí klamať. Keďže Caelus hovorí pravdu, tak Anemoi musí klamať.

Dokopy teraz budeme mať aspoň 2 klamárov (Eurusa a Anemoi), preto Dogoda hovorí pravdu. Boreas tvrdí, že Dogoda klame, čiže Boreas musí klamať. Vieme teda, že Anemoi, Boreas a Eurus klamú a Caelus a Dogoda hovoria pravdu.

Keď sa teraz pozrieme na ich výroky, tak postupne môžeme o kóde zistiť:

- Kód neobsahuje cifru 8, keďže Anemoi klame.

- Kód neobsahuje cifru 2, keďže Boreas klame.
- Kód je číslo deliteľné 3 menšie ako 90, keďže Caelus hovorí pravdu.
- Kód je číslo deliteľné 7, keďže Dogoda hovorí pravdu.
- Kód neobsahuje cifru 9 a má menej ako 3 cifry, keďže Eurus klame.

Pozrime sa na všetky celé kladné čísla menšie ako 90, ktoré sú deliteľné 3 a 7 súčasne, a skontrolujme, či spĺňajú všetky ostatné podmienky. Sú to čísla 21, 42, 63 a 84. Z týchto čísel obsahuje správne cifry iba číslo 63 a spĺňa aj všetky ostatné podmienky.

### *Komentár*

Veľmi nás teší, že mnohí z vás túto úlohu vyriešili za 9 bodov. Tí z vás, ktorí nedostali plný počet bodov, najčastejšie dostatočne nevysvetlili, prečo z dvojice Caelus a Eurus musel klamať práve Eurus. Ďalej niektorí z vás síce zistili, kto klame a kto hovorí pravdu, no nesprávne z toho vyvodili, ktoré cifry môžu a ktoré nemôžu byť v kóde.

## 6

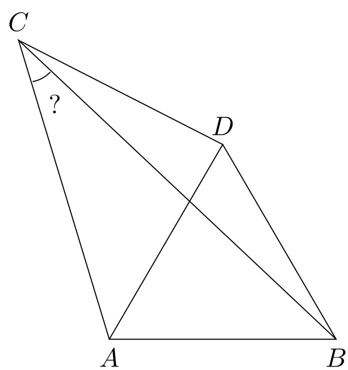
opravovali: **Martinka Osuská** a **Ľubo Vargovčík**

najkrajšie riešenia: Peter Pavol Ihnát a Branislav Jendroľ

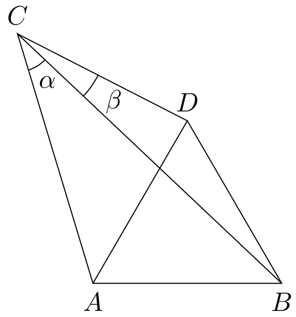
30 riešení

### *Zadanie*

Strážca ukáže na niečo pripomínajuce portál v tvare trojuholníka. Označme si ho $ABC$. Vnútorný uhol trojuholníka $ABC$ pri vrchole A je väčší ako 60° a vnútorný uhol pri vrchole $B$ je menší ako 60°. Ďalej je bod $D$ taký, že trojuholník $ABD$ je rovnostranný. Platí, že trojuholníky $ACD$ a $BCD$ sú rovnoramenné a to tak, že bod $D$ je oproti ich základniam. Určte veľkosť uhla $ACB$.



## *Riešenie*




Pomenujme si uhol $ACB$ ako $\alpha$ a uhol $BCD$ ako $\beta$. Zo zadania vieme, že trojuholník $BCD$ je rovnoramenný so základňou $BC$, teda uhol $BCD$ je rovnako veľký ako uhol $CBD$, čiže $|\sphericalangle CBD| = \beta$. Trojuholník $ABD$ je rovnostranný, takže všetky jeho uhly majú veľkosť 60°. Uhly $ABC$ a $CBD$ spolu tvoria uhol $ABD$, ktorý má veľkosť 60°, čiže $|\sphericalangle CBA| = 60° - \beta$. Pozrime sa teraz na trojuholník $ACD$. O ňom vieme, že je rovnoramenný so základňou $AC$, teda uhly $ACD$ a $CAD$ sú rovnako veľké.

$$ACD = ACB + BCD = \alpha + \beta$$

Uhol $CAB$ bude súčet uhlov $DAB$ a $CAD$:

$$CAB = DAB + CAD = 60° + \alpha + \beta$$

Vyjadrime si teraz súčet uhlov v trojuholníku $ABC$:

$$\begin{aligned} ABC + BCA + CAB &= 180° \\ 60° - \beta + \alpha + \alpha + \beta + 60° &= 180° \\ 120° + 2\alpha &= 180° \end{aligned}$$

Odtiaľ si vieme vyjadriť veľkosť uhla $\alpha$:

$$\begin{aligned} 2\alpha &= 180° - 120° \\ &= 60° \\ \alpha &= 30° \end{aligned}$$

Veľkosť uhla $ACB$ je 30°.

## *Komentár*

Väčšina z vás túto úlohu vyriešila správne a postupovali ste skoro rovnako ako vzorové riešenie. Niektorí z vás však svoje riešenie postavili na niečom, čo nevyplývalo zo zadania. V takýchto prípadoch sme museli strhnúť veľa bodov, pretože celé riešenie sa nemôže opierať o tvrdenie, ktoré nie je pravdivé.

# *Zadania 2. série úloh letného semestra*

Riešenia pošlite najneskôr do **8. apríla 2024**

## *Úloha 1*

*Nakoniec si vyžobronili dokopy 3 informácie, z ktorých musia poskladať kód pre druhého strážcu. Zistili, že kód je štvorciferné číslo, ktoré musí spĺňať tieto podmienky:*

1. *Súčet číslic na mieste tisícok a mieste stoviek je rovný číslu, ktoré vznikne, ak z hľadaného čísla odstránime obe prostredné číslice.*
2. *Súčet z prvej podmienky je menší než dvojnásobok číslice na mieste desiatok.*
3. *Práve jedna zo štyroch číslic hľadaného čísla je prvočíslo (prvočíslo je číslo, ktoré má práve dvoch rôznych deliteľov, a to 1 a seba samého).*

*Aké číslo mohlo byť hľadaný kód? Nájdite všetky možnosti.*

## *Úloha 2*

*Oblačník Cassius je štvorec $ABCD$ so stranou dlhou 6 $cm$. Body $E$, $F$ a $G$ ležia postupne na stranách $AB$, $BC$ a $CD$, pričom platí, že $2\cdot|EA| = |EB|$, $2\cdot|FB| = |FC|$ a $2 \cdot |GC| = |GD|$. Cassius nadobudol tvar trojuholníka $EFG$. Určte obsah tohto trojuholníka.*

## *Úloha 3*

*Stretli 31 dedinčanov a medzi nimi si všimli 3 skupiny – pravdovravcov, klamárov a premenlivých. Pravdovravci vždy hovoria pravdu, klamári vždy klamú a premenliví si v prvej odpovedi vyberú, či hovoria pravdu, alebo klamú, a odvtedy to robia na striedačku. Chlapci sa najprv ale museli uistiť, kto je pravdovravec, klamár a premenlivý, takže sa ich všetkých spýtali 3 otázky v tomto poradí: Na otázku „Si pravdovravec?“ dostali 22 odpovedí áno. Na otázku „Si premenlivý?“ dostali 15 odpovedí áno a na otázku „Si klamár?“ dostali 7 odpovedí áno. Koľko je pravdovravcov, koľko klamárov a koľko premenlivých v Evalininej dedine?*

## *Úloha 4*

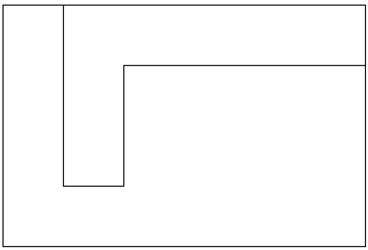
*Na stole je 20 drahokamov. Dvaja hráči hrajú hru a striedajú sa v ťahoch. Hráč vo svojom ťahu musí zobrať aspoň 1 a zároveň menej ako polovicu zo zostávajúcich drahokamov. Hráč, ktorý nemôže urobiť ťah podľa pravidiel, prehral. Pre ktorého* *z hráčov existuje výherná stratégia a aká? Výherná stratégia je postup, podľa ktorého keď jeden hráč hrá, tak vyhrá bez ohľadu na ťahy súpera.*

### Úloha 5

*Máš* 5 *kladných celých čísel. Keď ich sčítaš po dvoch všetkými možnými spôsobmi, vytvoríš* 10 *čísel. Kráľovná mala nájsť také čísla, pre ktoré by tých* 10 *čísel bolo po sebe idúcich. Hubert to skúšal, no nešlo to. Dokáž, že týchto* 10 *čísel nemôže byť* 10 *po sebe idúcich čísel.*

### Úloha 6

*Drahokam v tvare obdĺžnika je rozdelený na osemuholník a šesťuholník ako na obrázku (pozor, obrázok je iba názorný, jednotlivé dĺžky nezodpovedajú skutočnosti). Strany osemuholníka majú veľkosti* 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 *a* 8 *v nejakom poradí. Nájdite maximálny možný obsah šesťuholníka za týchto podmienok.*



# *Poradie po 1. sérii letného semestra*

| Poradie | Meno a priezvisko | Ročník | Škola | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | CS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. - 8. | Lucia Erdélyiová | Z5 | ZPankBA | 9 | 9 | - | 9 | 9 | 9 | 54 |
| | Viktoriia Boyko | Z5 | ZBudimir | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 54 |
| | Dorota Feňovčíková | Z5 | ZBeleKE | 9 | 6 | 9 | 9 | 9 | 9 | 54 |
| | Hana Lascsáková | Z6 | ZHronKE | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 54 |
| | Artem Pivnenko | Z5 | ZBudimir | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 54 |
| | Adam Kšenžigh | Z5 | ZSNPBB | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 54 |
| | Branislav Jendroľ | Z6 | ZČeskáBA | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 54 |
| | Stanislav Cabúk | Z4 | Švedlár | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 54 |
| 9. - 10. | Peter Medo | Z5 | ZSchmit | 8 | 9 | 9 | 6 | 9 | 9 | 53 |
| | Filip Foldes | Z4 | GESChar | 9 | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 53 |
| 11. - 13. | Filip Saxa | Z5 | ZsvVorPHA | 9 | 9 | 9 | 7 | - | 9 | 52 |
| | Margaréta Škriabová | Z5 | ZKro4KE | 9 | 9 | 7 | 9 | 9 | - | 52 |
| | Andrej Mišuth | Z4 | ZŠMA | 9 | 5 | 9 | 7 | 9 | 9 | 52 |
| 14. - 15. | Ivana Kiselá | Z5 | ZKro4KE | 9 | 9 | 9 | 5 | 9 | 4 | 50 |
| | Peter Pavol Ihnát | Z4 | ZKrPole | 8 | 8 | 9 | 6 | 7 | 9 | 50 |
| 16. - 17. | Paulína Pokorná | Z5 | ŠpMNDaG | 9 | 2 | 9 | 4 | 9 | 9 | 49 |
| | Zoran Pšenica | Z6 | GAlejKE | 9 | 9 | 9 | 6 | 7 | 9 | 49 |
| 18. | Marko Vasiľ | Z6 | GAlejKE | 9 | 9 | 9 | 7 | 5 | 9 | 48 |
| 19. | Bruno Kovács | Z5 | ZŠmerPO | 9 | 4 | 8 | - | 9 | 9 | 47 |
| 20. | Pavol Murín | Z5 | ZKro4KE | 9 | 9 | 9 | 5 | 7 | - | 46 |
| 21. | Matúš Varhoľák | Z6 | ZSCaMKE | 9 | 1 | 9 | 4 | 9 | 9 | 41 |
| 22. - 23. | Marek Žežula | Z6 | GAlejKE | 9 | 9 | 8 | 6 | 7 | - | 39 |
| | Filip Komjáti | Z6 | GAlejKE | 7 | 7 | - | 9 | 9 | 7 | 39 |
| 24. - 25. | Tomáš Budaj | Z6 | ZPAngKE | 9 | 5 | 9 | 6 | 9 | - | 38 |
| | Zuzana Bábeľová | Z4 | ZBrusKE | 9 | 9 | - | - | 7 | 4 | 38 |
| 26. | Pavol Fejko | Z6 | ZZalužice | 6 | 7 | 9 | 4 | 7 | 3 | 36 |
| 27. | Lucia Babjakova | Z6 | GsvTAKE | 9 | 6 | 8 | - | 9 | 3 | 35 |
| 28. | Daniel Feher | Z4 | ZPAngKE | - | 9 | 7 | 9 | - | - | 34 |
| 29. | Adam Feher | Z6 | ZPAngKE | 9 | 9 | - | 6 | 9 | - | 33 |
| 30. | Mirra Volchenko | Z6 | GAlejKE | 8 | 4 | 4 | 4 | 7 | 4 | 31 |
| 31. | Viliam Frischer | Z4 | ZPAngKE | 5 | 9 | - | 5 | 2 | - | 26 |
| 32. | Jakub Vadovič | Z2 | ZKošiBA | 9 | 4 | - | - | - | 6 | 25 |
| 33. | Slávka Humeníková | Z6 | GAlejKE | 4 | 3 | 6 | 3 | 1 | 6 | 23 |
| 34. | Patrik Novotný | Z5 | ZJuhVnT | ? | 3 | 8 | 4 | ? | 4 | 22 |
| 35. | Elena Švecová | Z6 | GsvESKE | 8 | 5 | - | 3 | - | 2 | 18 |
| 36. - 37. | Elena Mikušová | Z6 | GAMČABA | - | 9 | - | 6 | - | - | 15 |
| | Richard Palenčar | Z5 | ZKro4KE | 8 | 0 | 3 | 4 | - | - | 15 |
| 38. | Jakub Madžo | Z5 | ZKro4KE | 2 | 2 | 2 | 4 | 0 | 0 | 12 |
| 39. | Dávid Borták | Z6 | ZKro4KE | - | - | - | 4 | 6 | - | 10 |
| 40. | Roman Schütz | Z6 | ZKro4KE | 2 | 2 | - | - | 5 | - | 9 |
| 41. - 42. | Marko Minarčik | Z5 | ZKro4KE | - | 2 | - | - | 3 | - | 5 |
| | Teodor Kopčik | Z5 | ZKro4KE | 3 | 2 | - | - | - | - | 5 |
| 43. | Matúš Kováč | Z5 | ZŠmerPO | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 44. | Matúš Szabo | Z6 | ZKomeMI | 2 | 0 | - | - | - | - | 2 |
| 45. | Richard Varecha | Z6 | ZKro4KE | - | 1 | - | - | 0 | - | 1 |
| 46. | Andrej Onderisin | Z6 | ZKro4KE | 0 | - | - | - | - | - | 0 |

| | |
|---|---|
| **Názov:** | MALYNÁR – korešpondenčný matematický seminár<br>Číslo 5 • Apríl 2023 • Letný semester 33. ročníka |
| **Web:** | `malynar.strom.sk` |
| **E-mail:** | `malynar@strom.sk` |
| **Riešenia:** | Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese `riesenia@strom.sk` |
| **Organizátor:** | Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,<br>Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice<br>Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice |
| **Autori vzorových riešení:** | Kalista Semancová, Martin Šmilňák, Martin Mentel, Miriam Horváthová, Lucia Kleščová, Kristína Mišlanová, Patrik Paľovčík, Michal Masrna, Ľubomír Vargovčík, Erik Novák |

*Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.*