MALYNÁR

Číslo **2** — Ročník **34** **malynar.strom.sk**

Ahoj!

Tvojmu pohľadu zjavne neuniklo ďalšie vydanie MALVNÁRa, v ktorom nájdeš nielen poradie po prvej sérii tohto semestra, ale aj naše vzorové riešenia. Nezabúdaj však, že sme ešte len v polčase, tak určite nepoľavuj a pusti sa do druhej série. S radosťou očakávame tvoje ďalšie riešenia!

vedúci MALVNÁRa

Ako bude

2% z daní

Aj tento rok je možné venovať 2% (v niektorých prípadoch dokonca až 3%) daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my.

Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústredeniach…).

Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh seminára, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispejú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia `https://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/` a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na `info@strom.sk`.

Ďakujeme

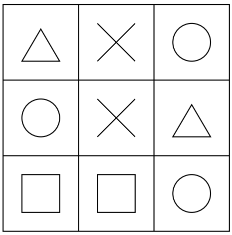
Vzorové riešenia 1. série úloh zimného semestra

1 opravovali: **Mimi Hanusová**, **Tomaš Sukeľ** a **Sarka Klopštock** — 71 riešení
najkrajšie riešenia: Stanislav Cabúk

Zadanie

Štyria mušketieri Aramis, Bathos, Corthos a D'Artagnan stoja na štvorcovom námestí vydláždenom ako na obrázku. Každý z nich stojí sám na jednej dlaždici. Povedali nasledovné výroky:

- Aramis: „Stojím na dlaždici s rovnakým znakom ako Bathos, ale s Bathosom nesusedím ani stranou, ani rohom."
- Bathos: „Nestojím v rohu. Aramisova dlaždica susedí stranou alebo rohom s dlaždicami všetkých znakov okrem toho, na ktorom stojí."
- Corthos: „Stojím na dlaždici so štvorcom."
- D'Artagnan: „Stojím na dlaždici s iným znakom ako Corthos a moja dlaždica susedí s Corthosovou dlaždicou stranou."



Nájdite všetky možnosti rozmiestnenia mušketierov na námestí a ukážte, že žiadne iné neexistujú.

Riešenie

Najprv sa pozrime na Aramisov výrok: „Stojím na dlaždici s rovnakým znakom ako Bathos, ale s Bathosom nesusedím ani stranou, ani rohom." Vďaka nemu môžeme vylúčiť možnosť, že by Aramis s Bathosom stáli obaja na krížikoch alebo na štvorcoch, keďže by síce stáli na dlaždiciach s rovnakým znakom, ale dotýkali by sa stranou. Aramis s Bathosom teda stoja obaja buď na dlaždiciach s trojuholníkom, alebo na dlaždiciach s kruhom.

Začneme možnosťou, keď by stáli na dlaždiciach s trojuholníkom. Vďaka Bathosovmu prvému výroku, že nestojí v rohu, vieme, že by stál na dlaždici s trojuholníkom, ktorá sa nachádza v strede pravej strany. Aramis by stál v ľavom hornom rohu. No táto dlaždica nesusedí rohom ani stranou so žiadnou dlaždicou, ktorá má znak štvorca, čo nie je v súlade s Bathosovým druhým výrokom: „Aramisova dlaždica susedí stranou alebo rohom s dlaždicami všetkých znakov okrem toho, na ktorom stojí.“ Aramis s Bathosom teda nemôžu stáť na trojuholníkoch a musia stáť na dlaždiciach s kruhom.

Opäť využijeme Bathosov výrok, že nemôže stáť v rohu – musí stáť na kruhu v strede ľavej strany. Zo zvyšných dvoch kruhových dlaždíc Aramis nemôže stáť v pravom hornom rohu, keďže by opäť nesusedil ani stranou, ani rohom so žiadnym štvorcom. Dlaždica v pravom dolnom rohu však susedí so všetkými znakmi okrem svojho, takže Aramis musí stáť tam.

Corthos stojí na dlaždici so štvorcom. D’Artagnan stojí na dlaždici, ktorá má iný znak ako Corthos a susedí s Corthosovou dlaždicou stranou, čiže na dlaždici, ktorá má iný znak ako štvorec a susedí so štvorcovou dlaždicou stranou. Pri výbere dlaždice, ktorá stranou susedí so štvorcom, je päť možností, a to oba štvorce, kruh v pravom dolnom rohu, kruh uprostred ľavej strany a krížik uprostred námestia. Lenže z týchto piatich dlaždíc D’Artagnan nemôže stáť na kruhoch, pretože na nich stoja Aramis a Bathos. Nemôže stáť ani na štvorcoch, lebo Corthos stojí na štvorci a D’Artagnan stojí na inom znaku, ako sme už spomínali. Teda D’Artagnan musí stáť na krížiku uprostred námestia.

Corthos stojí na tej dlaždici so štvorcom, ktorá s D’Artagnanom susedí stranou, čiže uprostred dolnej strany.

Týmto všetkým sme dokázali, že iné rozmiestnenie ako toto nemôže vyhovovať. Na druhej strane, keď prejdeme všetky výroky, toto riešenie ich spĺňa.

2

opravovali: **Matúš Masrna** a **Livka Lukáčová**
najkrajšie riešenia: Ivana Kiselá a Lucia Erdélyiová

61 riešení

Zadanie

Cez rieku bola vytvorená cestička z kameňov v tvare štvorcov a kruhov, ako na obrázku. Tabuľka pri brehu mu povedala, že na to, aby cez rieku prešiel, musí do kamienkov zapísať čísla 1, 2, 4, 5, 6, 9, 10, 11 a 13, každé práve raz. Číslo v každom kruhovom kamienku sa rovná súčtu čísel v jeho dvoch susedných štvorcových kamienkoch. Aký je najväčší možný súčet čísel v dvoch štvorcových kamienkoch na kraji? Vysvetlite, prečo sa väčší súčet nedá dosiahnuť.

Riešenie

Číslo v kruhovom kamienku je súčet čísel vo vedľajších štvorcových kamienkov. To znamená, že musí byť väčšie ako obidve čísla, ktoré s ním susedia. Keby sme do štvorcového kamienka umiestnili najväčšie číslo, ktoré máme, nemali by sme číslo, ktoré dať do kruhového kamienka, ktoré s ním susedí. Preto číslo 13 nemôže byť v štvorcovom kamienku, a teda ani na kraji.

Keďže číslo 13 môžeme vylúčiť, tak najväčší súčet dvoch čísel, ktorý zo zostávajúcich čísel dokážeme získať, je $11 + 10 = 21$. Čiže 11 a 10 chceme dať do krajných štvorcových kamienkov. Avšak to znamená, že vedľa oboch krajných štvorcových kamienkov by sa v kruhových kamienkoch museli nachádzať väčšie čísla ako v tých štvorcových. Ale z ponúkaných čísel je od 11 a 10 väčšie iba jedno číslo, a to 13, takže by sme nevedeli doplniť čísla do oboch vedľajších kruhových kamienkov. Táto možnosť nesedí.

Druhý najväčší súčet dvoch čísel, ktorý vieme získať bez čísla 13, je $11 + 9 = 20$. Ten sa dá dosiahnuť pomocou usporiadania čísel $11, 13, 2, 6, 4, 5, 1, 10, 9$. Ukázať, že taká možnosť existuje, je dostačujúce pre úplne riešenie. Napriek tomu popíšeme aj postup, akým sme na toto usporiadanie prišli (aj keď pre získanie 9 bodov nie je potrebný).

Vedľa krajného štvorcového kamienka s číslom 11 musí byť určite 13, lebo je to jediné väčšie číslo ako 11. Z druhej strany čísla 13 bude v kruhovom kamienku číslo 2, lebo $11 + 2 = 13$. Z druhej strany cestičky, vedľa krajného štvorcového kamienka s číslom 9 teda musí byť jediné zostávajúce číslo väčšie ako 9, a to je číslo 10. Z druhej strany čísla 10 bude v kruhovom kamienku číslo 1, lebo $9 + 1 = 10$. Nedoplnené nám zostávajú čísla $4, 5, 6$. V strednom štvorcovom kamienku bude najmenšie z nich, teda číslo 4, keďže obaja susedia v kruhoch musia byť väčší. Číslo 6 dáme medzi čísla 2 a 4, lebo $2 + 4 = 6$. Na posledné miesto dáme posledné zvyšné číslo, čo je 5 a to sedí ako súčet čísel 1 a 4.

3

opravovali: **Erik Novák** a **Magdaléna „Megy“ Škriabová** •67 riešení
najkrajšie riešenie: Artem Pivnenko

Zadanie

Čiapočka a Vlk majú každý svoj košík o kapacite štyroch klobás. Vkladajú do ľubovoľného z nich klobásy očíslované číslami 1 až 8, každú práve raz, až kým nebudú oba zaplnené. Čiapočka začína a v ťahoch sa striedajú, pričom Čiapočka vyhrá, ak bude väčší súčin čísel klobás v jej košíku. Vlk vyhrá, ak bude väčší súčin čísel klobás v jeho košíku. Pre ktorého z hráčov existuje výherná stratégia, a aká? Výherná stratégia je postup, podľa ktorého ak hráč hrá, tak vyhrá bez ohľadu na ťahy súpera.

Riešenie

Ak chce hráč vyhrať, oplatí sa mu robiť iba jeden z týchto dvoch ťahov: vložiť do svojho košíka klobásu s najväčším číslom alebo vložiť do súperovho košíka klobásu s najmenším dostupným číslom.

Ak by si Čiapočka najprv vybrala klobásu s najväčším možným číslom, teda 8, vlk by jej mohol do košíka vhodiť klobásu 1. Ak by si teraz Čiapočka zobrala klobásu 7, vlk jej vloží do košíka klobásu2. Súčin v Čiapočkinom košíku bude $1 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 8 = 112$ a vo vlkovom $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 360$. Vidíme, že ak by si čiapočka brala najväčšie možné klobásy, vlk môže vyhrať. Preto je lepšie, ak Čiapočka bude dávať vlkovi čo najmenšie klobásy.

Ak vhodí vlkovi do košíka klobásu 1, vlk môže buď sebe dať klobásu 8 alebo Čiapočke vhodiť klobásu 2. Ak sebe dá klobásu 8, Čiapočka mu môže hodiť klobásu 2 a najhoršie čo sa môže pre Čiapočku stať je, že vlk bude mať v košíku súčin $1\cdot2\cdot7\cdot8 = 112$ a Čiapočka súčin $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 360$. Takže Čiapočka vyhrá.

Ak vlk vloží Čiapočke klobásu 2, Čiapočka môže vlkovi zase vložiť klobásu 3 a v najhoršom prípade bude mať vlk v košíku súčin $1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8 = 168$ a čiapočka by tak mala súčin $2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 240$. Teda aj v tomto prípade by Čiapočka vyhrala.

Výherná stratégia existuje pre Čiapočku, pretože ak bude vlkovi vkladať do košíka vždy tie najmenšie možné klobásy, vyhrá. Keďže Čiapočka začína, má k dispozícii menšie klobásy ako vlk, teda aj ak by vlk chcel použiť túto stratégiu, nevyhrá, pretože v jeho ťahu má najmenšia klobása väčšie číslo ako najmenšia klobása v Čiapočkinom ťahu.

Komentár

Nemálo riešení stratilo veľký počet bodov na tom, že to, že hráči môžu klobásky dávať do košíka aj súperovi ani nevzali do úvahy, meniac úlohu na veľmi jednoduchú otázku: „Čo je viac? $8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2$ alebo $7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1$?“ Hoci nás mrzí, že takáto chyba nastala pri veľkom množstve riešení, za správnu odpoveď na spomínanú otázku žiaľ nemôžeme udeliť veľa bodov. Chceli by sme vás preto motivovať k pozornému čítaniu zadania.

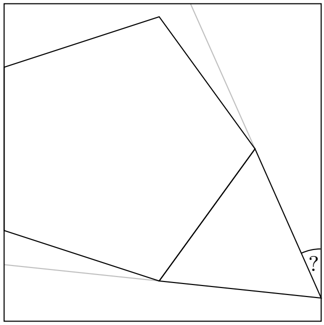
4

opravovali: **Lujza Milotová** a **Kika Jančigová**
najkrajšie riešenie: Timotej František Strömpl

45 riešení

Zadanie

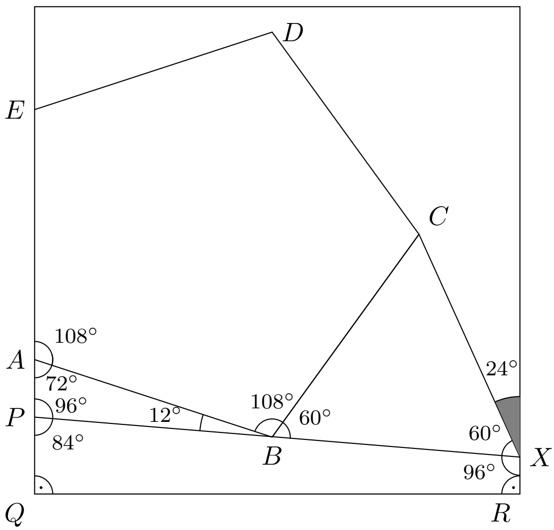
Domček spadol a vyvrátil sa na bok. Vnútri štvorca sa nachádza pravidelný päťuholník, ktorý zdieľa stranu s rovnostranným trojuholníkom ako na obrázku. Vypočítajte veľkosť vyznačeného uhla.



Riešenie

V oboch riešeniach, ktoré uvádzame sa nám zíde vedieť, že pravidelný päťuholník má všetky vnútorné uhly veľkosti $540°/5 = 108°$ a rovnostranný trojuholník má všetky vnútorné uhly veľkosti $180°/3 = 60°$. Najprv ukážeme riešenie, ktoré bolo medzi vašimi riešeniami najčastejšie.

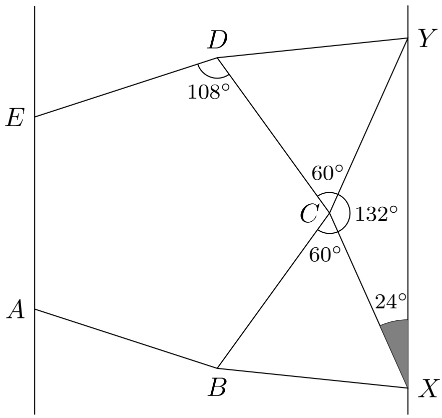
Označme si päťuholník ako na obrázku a dokreslime úsečku PX, ako je naznačené aj v zadaní. Pozrime sa na trojuholník BAP. Uhol BAP má $180° - 108° = 72°$ a uhol ABP má $180° - 108° - 60° = 12°$. Potom uhol APB má $180° - 72° - 12° = 96°$. Teraz sa pozrime na štvoruholník $PQRX$. Uhol XPQ má $180° - 96° = 84°$, uhly PQR a XRQ sú pravé a zároveň vieme, že súčet uhlov v štvoruholníku je $360°$. Uhol PXR má teda $360° - 84° - 90° - 90° = 96°$. Veľkosť uhla, ktorú hľadáme potom musí byť $180° - 96° - 60° = 24°$.



Iné riešenie

Teraz ukážeme menej tradičné, ale podľa nás veľmi pekné riešenie.

Označme si päťuholník ako na obrázku a dokreslime rovnostranný trojuholník CDY, ktorý s päťuholníkom zdieľa stranu CD. Takto nám vznikne rovnoramenný trojuholník XYC. Veľkosť uhla XCY je potom $360° - 108° - 60° - 60° = 132°$, teda od plného uhla (360°) sme odpočítali veľkosť uhla DCB z päťuholníka a veľkosti uhlov DCY a BCX z rovnostranných trojuholníkov. Potom uhol CXY má $(180° - 132°)/2 = 24°$.



Komentár

Potešilo nás, že ste objavili veľa rôznych spôsobov, ako úlohu riešiť. :) Niektorí z vás však nedostatočne zdôvodnili niektoré svoje predpoklady, no tentokrát sme za to body nestrhávali. Do budúcna si na to však dajte pozor, rovnako ako na slovný popis vášho riešenia. Nakresliť obrázok a vyznačiť v ňom príslušné uhly nestačí.

5 opravovali: **Mirka Horváthová** a **Riško Vodička**

najkrajšie riešenia: Viktoriia Boyko a Jakub Vadovič

46 riešení

Zadanie

Kráľ Drozdia brada a Pyšná princezná majú v záhrade na stole 10 dukátov s číslami od 1 po 10, každý z nich je buď strieborný alebo zlatý. Dukát s číslom 5 je zlatý a aspoň jeden iný dukát je strieborný. Ak sú dva dukáty vyrobené z rôznych kovov, tak potom bude platiť, že dukát s ich súčtom je strieborný a s ich súčinom je zlatý. Akej farby sú jednotlivé dukáty? Nájdite všetky možnosti a ukážte, že žiadne iné neexistujú.

Riešenie

Začnime tým, že sa pozrieme na to, z akého kovu môže byť vyrobený dukát číslo 1. Zo zadania už vieme, že existuje aspoň nejaký jeden dukát, ktorý je strieborný. Ak by bol dukát číslo 1 zlatý, tak keďže sú tieto dva dukáty vyrobené z dvoch rôznych kovov, ich súčin musí byť zlatý. Avšak keby mal náš strieborný dukát ľubovoľné číslo, po vynásobení číslom 1 by to číslo zostalo rovnaké. Tento strieborný dukát by tak musel byť zároveň aj zlatý, čo nie je možné. Dukát číslo 1 teda musí byť strieborný.

Teraz vieme zistiť, z akého kovu je dukát číslo 4. Ak by bol zlatý, tak 1 a 4 by boli vyrobené z rôznych kovov. Ich súčet je 5, čiže dukát číslo 5 by musel byť strieborný. My však vieme, že dukát číslo 5 je zlatý. To znamená, že dukát číslo 4 musí byť strieborný.

Pozrime sa teraz na dukáty s číslami 2 a 3. Ak by boli z rôznych kovov, potom by ich súčet musel byť strieborný. Ich súčet je ale 5 a dukát číslo 5 je zlatý, čiže dukáty 2 a 3 nemôžu byť z rôznych kovov. Ak by boli oba zlaté, tak dukáty 1 a 2 by boli z rôznych kovov. Ich súčet, dukát číslo 3, by tak musel byť strieborný. Dukát číslo 3 je však zlatý. Dukáty 2 a 3 teda musia byť oba strieborné.

Kovy zvyšných dukátov už vieme určiť nasledovne:

- Dukáty 1 a 5 sú z rôznych kovov a $1 + 5 = 6$, čiže dukát číslo 6 je strieborný.
- Dukáty 2 a 5 sú z rôznych kovov a $2 + 5 = 7$, čiže dukát číslo 7 je strieborný.
- Dukáty 3 a 5 sú z rôznych kovov a $3 + 5 = 8$, čiže dukát číslo 8 je strieborný.
- Dukáty 4 a 5 sú z rôznych kovov a $4 + 5 = 9$, čiže dukát číslo 9 je strieborný.
- Dukáty 2 a 5 sú z rôznych kovov a $2 \cdot 5 = 10$, čiže dukát číslo 10 je zlatý.

Dostávame tak jediné riešenie úlohy, a to, že dukáty s číslami 5 a 10 sú zlaté a zvyšné sú strieborné.

Komentár

Táto úloha mala veľa 9-bodových riešení, čo nás veľmi potešilo. Najviac bodíkov sa stratilo na tom, že mnohí z vás tvrdili: „Keďže je piaty dukát zlatý a $1 \cdot 5 = 5$, tak potom musí byť prvý dukát strieborný.“ To ale nie je pravda, lebo ak by boli prvý aj piaty dukát oba zlaté, tak sa nemusíme pozerať na ich súčin a následne ste sa nikdy nevrátili k možnosti, v ktorej by bol prvý dukát zlatý. Pri takýchto úlohách si treba celkovo dávať pozor na to, aby ste vždy ošetrili všetky prípady a ukázali, že naozaj žiadne ďalšie už nie sú. :)

6

opravovali: **Lenka Hake** a **Lívia „Lipa“ Sušková**
najkrajšie riešenia: Jana Mikušová a Viktoriia Boyko

48 riešení

Zadanie

V kruhu stál párny počet bratov. Jednému z nich sa magicky vo vrecku zjavila zlatá minca. Polovica z bratov nato povedala: „Mincu mám vo vrecku ja alebo jeden z mojich susedov.“ Druhá polovica bratov povedala: „Mincu nemám vo vrecku ani ja, ani žiaden z mojich susedov.“ Koľko mohlo byť dokopy bratov, ak práve dvaja z nich klamali? Nájdite všetky možnosti a ukážte, že žiadne iné neexistujú.

Riešenie

Vieme, že bratov bol párny počet a práve dvaja z nich klamali. Poďme sa zamyslieť, koľko ich vlastne mohlo byť.

Ak by boli presne dvaja, obaja by museli klamať. Zároveň by polovica, teda jeden z nich, musel povedať „mincu mám ja alebo môj sused“, zatiaľ čo druhý by tvrdil „mincu nemám ja ani môj sused“. Keď v kruhu stoja len dvaja tak spolu navzájom susedia a niekto z nich tú mincu mať musel, takže prvý brat by mal pravdu. Tým pádom nie je možné, aby obaja klamali, a presne dvaja teda byť nemohli.

Ak by boli štyria, tak by tí traja stojaci najbližšie pri minci mohli pravdivo tvrdiť „mincu mám ja alebo môj sused“ a ten posledný by mohol tvrdiť, že ju „nemá on ani jeho sused“. Avšak, aby každý výrok vyslovila presne polovica bratov, tak jeden z tých troch musí klamať a povedať, že ju nemá. To by však znamenalo, že by klamal len jeden brat a nie dvaja. Pritom, ak by sme chceli určiť ešte jedného klamára, narušili by sme tým fakt, že presne polovica bratov povedala to isté a zvyšok presný opak. Aby sme túto podmienku dodržali, museli by sme určiť minimálne dvoch ďalších klamárov, ktorí by si v podstate vymenili repliky. To by už ale boli klamári traja. Teda vidíme, že bratia nemohli byť presne štyria.

Ak by boli šiesti, tak výrok „mincu mám ja alebo môj sused“ bude opäť pravdivý len pre tých troch najbližšie pri minci, teda presne pre polovicu bratov. Teraz, keby ktorýkoľvek z tejto polovice zaklamal a povedal, že ju nemá on ani jeho susedia, a zároveň by niekto z druhej polovice (tej bez mince) zaklamal, že ju má, tak budú práve dvaja klamať. Pritom oba výroky by povedala presne polovica bratov. Takže šiesti byť môžu.

Ak by ich bolo osem, tak výrok „mincu mám ja alebo môj sused“ bude stále pravdivý práve pre troch. Lenže, aby tento výrok vyslovila presne polovica bratov, aspoň jeden zo zvyšných piatich musí klamať a tiež povedať, že ju má on alebo jeho sused. Tým sa dostávame do podobnej situácie ako v prípade so štyrmi bratmi. Bez ohľadu na to, ako vyberieme druhého klamára, porušíme tým podmienku, že oba výroky povedala presne polovica bratov. A ak by sme vymenili repliky dvoch bratov, ktorí povedali pravdu o svojej situácii, znamenalo by to, že boli až traja klamári (alebo viac). Nikdy práve dvaja. Čiže osem ich tiež byť nemôže.

Ak by ich bolo 10, rovnako ako doteraz by práve 3 mohli pravdivo tvrdiť „mincu mám ja alebo môj sused“ a 7 pravý opak. Ak by však 2 z týchto siedmich klamali, tak by každý výrok povedali práve 5 bratia, čiže polovica. Zároveň by sme mali presne 2 klamárov. Teda vidíme, že bratov mohlo byť aj 10.

Ak by ich bolo 12, tak by bratov pre ktorých platí „mincu nemám ja ani môj sused“ bolo až 9. To znamená, že minimálne 3 by museli klamať, aby sa vyrovnali počty vyslovených výrokov. Podobne pri 14 by museli klamať aspoň 5, pri 16 aspoň 7, atď., keďže v okolí mince sa vždy môžu nachádzať nanajvýš traja bratia. My však vieme, že klamali presne dvaja, čiže viac ako 10 bratov byť nemohlo.

Tým sme dokázali, že bratov mohlo byť len 6 alebo 10. Všetky ostatné možnosti sme vylúčili.

Iné riešenie

Ak sa na úlohu pozrieme trochu inak a správne využijeme to, čo sme si o bratoch všimli, môžeme ju vyriešiť aj bez toho, aby sme rozoberali všetky možné počty bratov.

Ako vieme, počet bratov bol párny a práve dvaja z nich museli klamať. Začneme podobne ako v predchádzajúcom riešení tým, že si uvedomíme, že bratia nemohli byť práve dvaja, teda museli byť aspoň traja. Ďalej využijeme fakt, že bez ohľadu na to, koľko bolo bratov, nanajvýš traja stojaci najbližšie pri minci mohli pravdivo tvrdiť „mincu mám ja alebo môj sused“ a všetci ostatní jedine presný opak. Skúsme sa pozrieť na to, koľko z tých troch bratov mohlo klamať.

Povedzme, že žiadni z troch bratov najbližšie pri minci neklamal, čiže všetci traja povedali, že mincu majú oni alebo sused. Lenže my vieme, že boli presne dvaja klamári. Klamať teda museli nejakí dvaja zo zvyšných bratov, ktorí mincu vo svojom okolí nemali. Takže dokopy 5 bratia museli tvrdiť „mincu mám ja alebo môj sused“. Viac ich to povedať nemohlo, keďže ostatní bratia pri sebe mincu nemali a nemohli klamať, inak by sme mali viac ako dvoch klamárov. Podľa zadania každý výrok povedala presne polovica bratov, čiže ak 5 bratia tvrdili, že mincu majú oni alebo sused, tak tých, čo tvrdili opak, muselo byť tiež 5. Dokopy teda muselo byť 10 bratov.

Povedzme, že práve jeden z troch bratov pri minci klamal a tvrdil, že mincu nemá on ani susedia. To je ale iba jeden klamár a my potrebujeme dvoch, čiže nejaký ďalší brat mimo našej trojice musel klamať a tvrdiť „mincu mám ja alebo môj sused“. Tí dvaja, čo klamali, si v podstate vymenili repliky, takže dokopy stále práve 3 bratia povedali, že mincu majú oni alebo sused. V tom prípade muselo byť tých, čo tvrdili opak, tiež práve 3. To je spolu 6 bratov.

Teraz povedzme, že práve dvaja z tých troch bratov najbližšie pri minci klamali. Vieme, že klamári boli presne dvaja, čiže nikto iný klamať nemohol. V tom prípade len jeden brat tvrdil „mincu mám ja alebo môj sused“ (ten jediný brat z trojice pri minci, ktorý neklamal). To by znamenalo, že práve jeden brat musel tvrdiť opak, teda bratia museli byť dvaja. Lenže to by odporovalo našej úvahe zo začiatku riešenia, kde sme si povedali, že bratia museli byť aspoň traja, pretože dvaja byť nemohli. Vidíme teda, že z troch bratov najbližšie pri minci nemohli klamať práve dvaja a túto možnosť môžeme zavrhnúť.

Vieme, že boli práve dvaja klamári, takže možnosť, kde všetci traja bratia stojaci pri minci klamali uvažovať nemusíme. Tým sme rozobrali všetky možnosti a zistili sme, že jediné prijateľné počty bratov sú 6 a 10.

Komentár

Mnohí ste pekne odvodili jednu správnu odpoveď, no bohužiaľ ste prehliadli, že existujú až dve. Pri podobných úlohách sa nikdy netreba uspokojiť s prvým riešením a radšej sa treba poriadne zamyslieť, či by ich nemohlo byť viac. Zvlášť tomu treba venovať pozornosť vtedy, ak sa zadanie vyslovene pýta na všetky možnosti tak, ako v tomto prípade.

Zároveň si vždy dobre prečítajte, čo presne od vás zadanie požaduje. Je chvályhodné, keď viete povedať, ako rôzne mohli bratia stáť, to sa však nehodnotilo, pretože otázka sa pýtala len na možné počty bratov, nie na ich možné rozostavenia.

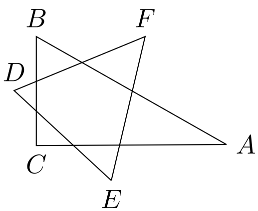
Ďalej je samozrejme nutné svoje odpovede vždy zdôvodniť. Mnohí z vás síce našli správne výsledky, ale už nevysvetlili, prečo by iný počet bratov nebol možný. Pri vysvetľovaní nezabúdajte ani na veľmi jednoduché prípady, ako napríklad možnosť s 2 bratmi, ktorá bola v tejto úlohe najviac prehliadaná.

Zadania 2. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **18. Novembra 2024**

Úloha 1

Hviezda mala tvar dvoch prekrývajúcich sa trojuholníkov ako na obrázku. V trojuholníku ABC má uhol CAB veľkosť $30°$ a uhol ACB veľkosť $90°$. Strany trojuholníka DEF vytvorili tri trojuholníky vnútri trojuholníka ABC. Tieto trojuholníky sú rovnoramenné, pričom ich základne sú časti strán trojuholníka DEF vnútri trojuholníka ABC, a ich vrcholy oproti základniam sú vrcholy A, B a C. Aké sú veľkosti uhlov v trojuholníku DEF?



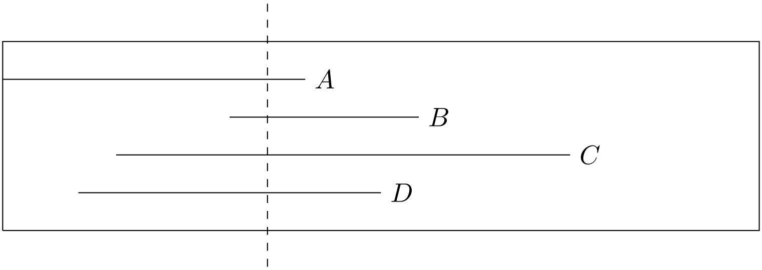
Úloha 2

Rybička povedala Ozzymu svoju úlohu. Päťciferné číslo $\overline{PQRST}$ sa skladá z cifer 1, 2, 3, 4, 5. Trojciferné číslo $\overline{PQR}$ je násobkom čísla 4, $\overline{QRS}$ násobkom čísla 5, $\overline{RST}$ je násobkom čísla 3. Nájdite všetky možnosti aké môže byť číslo $\overline{PQRST}$ a ukážte, že žiadna iná možnosť neexistuje.

Úloha 3

Mapa mala tvar obdĺžnikového papiera a na nej boli nakreslené 4 cesty ako 4 čiary A, B, C a D, ktoré sú rovnobežné so stranou obdĺžnika tak, ako na obrázku. Vieme, že platí:

- *Čiara A má dĺžku $8\,\mathrm{cm}$ a jej ľavý okraj sa dotýka ľavého okraju papiera.*
- *Čiara B má dĺžku $6\,\mathrm{cm}$ a jej ľavý okraj je od ľavého okraja papiera vzdialený $6\,\mathrm{cm}$.*
- *Čiara C má dĺžku $12\,\mathrm{cm}$ a jej ľavý okraj je od ľavého okraja papiera vzdialený $3\,\mathrm{cm}$.*
- *Čiara D má dĺžku $8\,\mathrm{cm}$ a jej ľavý okraj je od ľavého okraja papiera vzdialený $2\,\mathrm{cm}$.*



Ak budeme postupovať, ako odporučil Pinnochio a tento papier rozstrihneme pozdĺž čiarkovanej čiary, ktorá je rovnobežná so stranou papiera, tak platí, že súčet dĺžok čiar na oboch rozstrihnutých častiach papiera bude rovnaký. Na aké dlhé časti rozdelí rez čiaru A? Nájdite všetky možnosti a ukážte, že žiadne iné neexistujú.

Úloha 4

Mama koza odišla na nákupy a ostatných šesť kozliatok išlo do školy. Týchto šesť kozliatok sa potom postupne vracia zo školy domov v nejakom poradí. Vieme o nich toto:

- *Žiadne dve kozliatka neprišli naraz.*
- *Barbora môže byť doma spolu s Andrejom len vtedy, keď je tam s nimi aj Claudia.*
- *Dušan prišiel domov pred Ferkom.*
- *Edo prišiel domov až po Andrejovi.*
- *Edo môže byť doma spolu s Andrejom len vtedy, keď je tam s nimi aj Ferko.*
- *Claudia neprišla prvá a ani posledná.*
- *Dušan prišiel domov až po Barbore.*
- *Keď prišiel Dušan domov, tak tam boli už aspoň traja jeho súrodenci.*

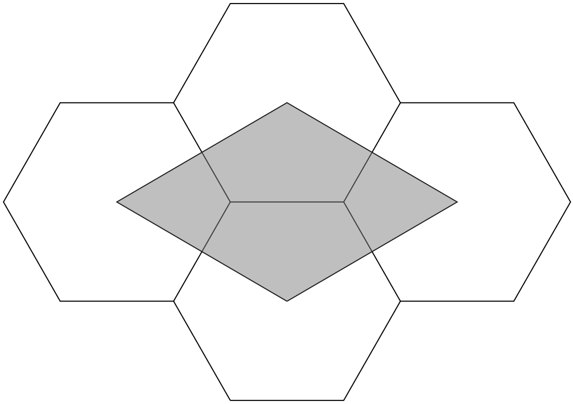
Určte všetky poradia, v akých mohli kozliatka prísť domov a ukážte, že žiadne iné neexistujú.

Úloha 5

Pritom ako postavili vojačikov do radu, tak sa na zem vedľa seba otlačilo niekoľko celých čísel. Súčet každých 7 vedľa seba napísaných čísel je párne číslo. Súčet každých 8 vedľa seba napísaných čísel je nepárne číslo. Koľko najviac čísel môže byť takto napísaných?

Úloha 6

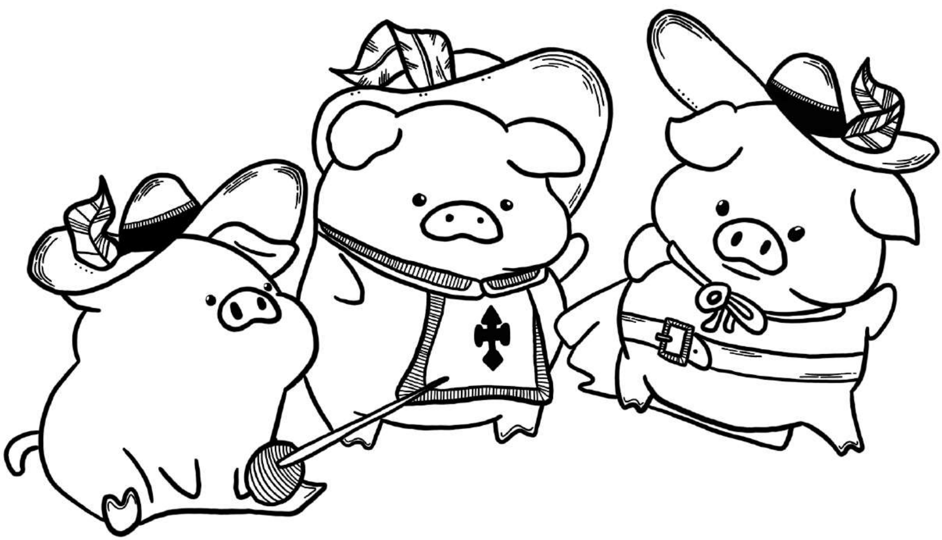
Portál je zložený zo štyroch zhodných pravidelných šesťuholníkov, ktoré sa dotýkajú ako na obrázku. Pri portáli stála tabuľka s finálnou otázkou. Koľkokrát väčší je obsah sivého štvoruholníka tvoreného ich stredmi ako obsah jedného šesťuholníka?



Poradie po 1. sérii zimného semestra

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 6.	Lucia Erdélyiová	Z6	GAMČABA	9	9	9	9	9	9	54
	Viktoriia Boyko	Z6	GAlejKE	9	9	9	9	9	9	54
	Dorota Feňovčíková	Z6	ZBeleKE	9	9	9	9	9	9	54
	Andrej Mišuth	Z5	ZMAleBA	9	9	9	9	9	9	54
	Richard Kovac	Z5	ZHronKE	9	9	9	9	0	9	54
	Oleg Boyko	Z3	ZKe28KE	9	9	9	-	9	9	54
7.	Samuel Nataniel Kačmár	Z5	ZSofŘíčany	8	9	9	9	9	7	53
8. - 10.	Artem Pivnenko	Z6	GAlejKE	9	9	9	9	9	7	52
	Paulína Pokorná	Z6	ŠpMNDaG	9	9	9	9	9	7	52
	Filip Foldes	Z5	GESChar	9	9	1	9	9	7	52
11.	Patrik Novotný	Z6	ZJuhVnT	9	5	9	9	9	9	50
12.	Peter Pavol Ihnát	Z5	ZKPOstr	9	9	1	9	9	4	49
13. - 14.	Bruno Kovács	Z6	GJARMPO	9	9	5	9	9	7	48
	Jozef Rusnák	Z4	ZKro4KE	9	9	9	6	-	6	48
15. - 16.	Emma Antošová	Z5	ZKro4KE	9	9	9	9	-	2	47
	Karin Beneš	Z4	ZJMasPha	9	9	2	9	9	-	47
17. - 18.	Filip Saxa	Z6	MalGPha	9	9	1	9	9	9	46
	Ivana Kiselá	Z6	GAlejKE	9	9	5	9	9	5	46
19.	Laura Antaliková	Z4	ZKro4KE	9	3	1	9	9	6	45
20. - 21.	Matúš Malý	Z4	ZNSUTTT	8	9	9	0	5	4	44
	Jana Mikušová	Z4	SZFTeBA	9	7	1	-	9	9	44
22.	Stanislav Cabúk	Z5	ZŠvedlár	9	8	6	9	5	4	43
23.	Richard Palenčar	Z6	GKonšPO	9	9	8	9	5	2	42
24. - 25.	Gabriel Jesenský	Z4	ZKe30KE	9	7	1	9	6	1	41
	Felix Kompiš	Z6	ZBe16KE	9	8	2	9	8	5	41
26. - 27.	Adam Kšenžigh	Z6	ZTSNPBB	9	9	9	9	2	-	38
	MAtej Orosz	Z6	GAlejKE	9	6	9	9	-	5	38
28.	Jakub Vadovič	Z3	ŠpMNDaG	-	-	9	9	9	-	36
29. - 30.	Peter Adamczak	Z4	ZĎumbBB	8	9	1	-	7	2	35
	Samuel Bittner	Z6	ŠpMNDaG	4	9	4	9	3	6	35
31.	Lívia Kropuchová	Z6	GAlejKE	9	9	6	-	-	9	33
32.	Dušan Beblavý	Z5	ZKro4KE	9	9	1	9	2	-	32
33.	Katarína Šebejová	Z4	ZKro4KE	9	9	1	-	3	-	31
34.	Emanuel Dráb	Z5	SZFPeKE	8	9	1	9	1	1	29
35. - 36.	Pavol Murín	Z6	ZKro4KE	9	9	8	-	2	-	28
	Dorota Dobišová	Z5	ZTSNPBB	7	8	4	-	5	-	28
37.	Jerguš Barančok	Z5	ZMarianka	8	6	2	-	9	-	27
38. - 39.	Timotej František Strömpl	Z6	ZKe30KE	0	7	1	9	7	2	26
	Michael Balla	Z5	ZNAHŠVK	4	3	1	9	-	6	26
40.	Viktória Jesenská	Z6	ZKe30KE	9	3	1	9	2	1	25
41.	Margaréta Škriabová	Z6	GsvTAKE	9	-	1	9	-	5	24
42.	Andrea Koutná	Z4	ZLachBA	9	6	2	-	-	-	23
43.	Adam Tóth	Z6	ZKe30KE	5	9	1	3	1	3	22
44.	Lukáš Chlubna	Z5	ZTSNPBB	5	7	-	-	9	-	21
45. - 47.	Peter Medo	Z6	ZSchmit	9	9	0	-	-	-	18
	Lukáš Biba	Z4	ZĎumbBB	9	2	0	1	2	2	18
		Z6	ZBudimír	6	-	6	6	-	-	18
48.	Barbora Chudá	Z6	GAlejKE	9	-	8	-	-	-	17
49.	Samuel Blahovec	Z5	ZKe28KE	9	-	-	-	-	7	16

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
50. - 51.	Michal Mráz	Z5	ZKro4KE	2	9	1	1	1	1	15
	Filip Konát	Z5	ZMRŠHLC	9	1	1	1	-	2	15
52. - 53.	Karim Al-Hadi	Z5	EškolaPD	1	8	1	-	0	3	14
	Jakub Madžo	Z6	ZKro4KE	8	6	0	-	-	-	14
54.	Lukáš Minarčík	Z4	ZKro4KE	9	2	-	-	-	-	13
55. - 56.	Alexandra Šišková	Z5	ZKro4KE	4	8	0	0	0	0	12
	Mykhailo Zemliakov	Z6	GAlejKE	-	8	0	0	-	4	12
57. - 58.	Samo Adam	Z5	ZTSNPBB	2	2	0	-	3	2	11
	Michal Sklenár	Z4	ZLevoSL	9	-	1	-	-	-	11
59. - 60.	Daniel Feher	Z5	ZPAngKE	9	-	1	-	-	-	10
	Martin Jozef Frák	Z4	ZStanKE	5	2	1	0	-	-	10
61. - 62.	Ľubomír Ondrůšek	Z5	ZKro4KE	5	1	0	1	0	1	9
	Marko Rúčka	Z5	ZKro4KE	4	1	1	-	-	2	9
63. - 64.	Patrik Lehocký	Z6	GAlejKE	4	-	4	-	-	-	8
	Dorota Jenčová	Z5	ZKro4KE	3	1	0	1	-	2	8
65. - 67.	Karolína Hančikovská	Z4	ZKro4KE	0	2	1	-	1	1	6
	Daniela Šišková	Z3	ZTurnBA	6	-	-	-	-	-	6
		Z5	ZBudimír	0	-	0	6	-	-	6
68. - 69.	Nikola Borloková	Z5	ZTSNPBB	3	1	0	-	-	-	4
	Miroslav Balint	Z5	ZKomeMI	3	1	0	0	0	0	4
70. - 71.	Július Varga	Z5	ZKro4KE	3	-	-	-	-	-	3
	Tomáš Müller	Z6	GAlejKE	2	0	0	-	1	0	3
72.	Viktoria Vrchovinska	Z5	ZKro4KE	0	0	0	-	-	-	0



Názov: MALYNÁR – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 2 • November 2024 • Zimný semester 34. ročníka
Web: `malynar.strom.sk`
E-mail: `malynar@strom.sk`
Riešenia: Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese `riesenia@strom.sk`

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Autori vzorových riešení: Gertrúda „Mimi“ Hanusová, Tomáš Sukeľ, Sarka Klopštock, Livka Lukáčová, Matúš Masrna, Erik Novák, Magdaléna „Megy“ Škriabová, Lujza Milotová,
Kika Jančigová, Mirka Horváthová, Riško Vodička, Lenka Hake, Livia „Lipa“ Sušková

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.