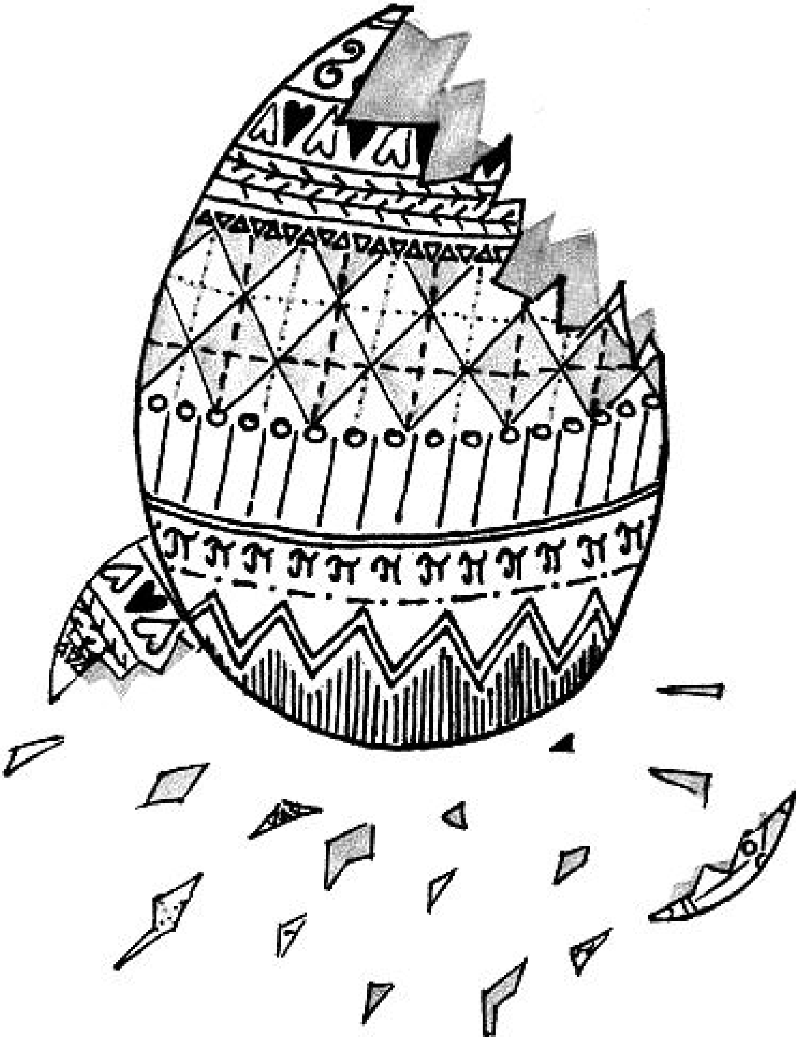
KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

# MATIK

ČÍSLO **5** — ROČNÍK **27** INTERNET http://matik.strom.sk



# *Čaute decká,*

váš milovaný *MATIK* je tu znova. Ako stále na vás čaká 6 nových zaujímavých úloh a vzorové riešenia, no nezabudli sme ani na vaše riešenia. Tak neváhajte a s napätím nazrite do poradia a potom hor sa do riešenia, nech sa po ďalšej sérií posuniete ešte vyššie. Veľa štastia v riešení prajú

Vaši obľúbení vedúci *MATIK*a

## *Ako bolo na výlete*

V sobotu 29. marca sme sa v ranných hodinách, keď mnohí z nás ešte spali na nohách, vydali na náročnú expedíciu na Južné Sandwichove ostrovy. Všetci kandidáti na členov expedície boli najprv podrobení tvrdému konkurzu a každý z nich ho (ne)zvládol svojím spôsobom. Zo začiatku nebolo isté, či vôbec majú bádateľstvo v krvi, ale napokon preukázali isté porozumenie a tak sme sa všetci spoločne vydali do divočiny.

Hneď sme všetci zistili, čo je na každej výprave skutočne dôležité, a teda, že musíme napredovať za každých okolností, nezávisle na tom, či vieme kam ideme, či sú vedúci expedície v poriadku alebo či sa o nich treba postarať. Odhodlaní dosiahnuť náš cieľ sme sa však vydali kľukatými cestami od Grónska až po Indonéziu a tesne pred cieľom nás už nedokázali zastaviť ani tie najsilnejšie monštrá, ktoré nám stáli v ceste.

## *Ako bolo na sústredení*

Tak tradične sme si tento rok užili zimu v znamení bahna a studených vetrov, ani to ale dobrodruha Mariána neodradilo od toho, aby sa vybral na výpravu svojho života. Dokonca sa mu podarilo zastrašiť i počasie a ten jediný zúfalý výkrik januára v podobe zasneženej Juskovej Vole sme využili do poslednej vločky.

Marián na svojej francúzskej zebre prekonal za 5 dní tie najčudesnejšie prekážky. A nebyť rozhodnutí našich, vždy pohotových, no mierne neprezieravých, tridsiatich dvoch dedinčanov, príbeh by mohol skončiť šťastne i pre našich hrdinov a nie len pre dvoch prefíkaných starcov opaľujúcich sa v Mexiku.

No aby sme to nezakončili takto negativisticky, treba povedať, že výbornú zábavu si na akčných a logických hrách, prednáškach či športoch užili aj porazení. Česť a vďaka im patrí všetkým za megafajnové sústredenie.

# Vzorové riešenia 1. série úloh

## 1

opravovali **Kristína Mišlanová** a **Dano Till**
najkrajšie riešenia: Martin Masrna, Martin Spišák

73 riešení

### *Zadanie*

Tresky a delfíny mali za sebou už 2 ťažké bitky. Dokopy v týchto bitkách padlo 13 bojovníkov. V prvej bitke padlo rovnako veľa bojovníkov na oboch stranách. V druhej bitke padlo viac bojovníkov ako v prvej. Delfínov padlo v druhej bitke 2–krát viac ako tresiek. Koľko bojovníkov z jednotlivých armád padlo v každej bitke?

### *Vzorové riešenie*

V oboch bitkách padlo dokopy 13 bojovníkov. V druhej bitke padlo viac bojovníkov ako v prvej, z čoho vyplýva, že v druhej bitke muselo padnúť viac ako polovica z celkového počtu, a teda $13/2 = 6,5$, čiže 7 alebo viac bojovníkov.
V druhej bitke padlo dvakrát viac delfínov ako tresiek. Počet tresiek si označme $x$, počet delfínov teda bude $2x$. Čiže dokopy padlo $x + 2x = 3x$ bojovníkov, z čoho vyplýva, že počet bojovníkov musí byť deliteľný číslom 3.
V druhej bitke muselo padnúť aspoň 7 bojovníkov, ale maximálne 13, a tento počet musí byť deliteľný 3. Jediné také čísla sú 9 a 12.
2. bitka:

• 12 padlých v prvej muselo padnúť $13 - 12 = 1$. Jedného bojovníka však nevieme rozdeliť tak, aby na oboch stranách padlo rovnako veľa bojovníkov. Táto možnosť teda nevyhovuje.

• 9 padlých v prvej muselo padnúť $13 - 9 = 4$. Aby padlo rovnako veľa na oboch stranách, tak $4/2 = 2$. A v druhej bitke podľa podmienky $9/3 = 3$ tresky a $3 \cdot 2 = 6$ delfínov.
V prvej bitke padli 2 tresky a 2 delfíny, v druhej bitke padli 3 tresky a 6 delfínov.

### *Komentár*

Takmer všetci ste došli k správnemu riešeniu. Mnohí ste ale aj napriek dobrému postupu stratili body, pretože ste si neuvedomili, že to, že v prvej bitke zomrelo rovnako veľa tresiek ako delfínov, ešte neznamená, že vôbec niekto zomrel, prípadne, že 0 je násobkom trojky, takže ste nerozobrali všetky možnosti.
Ďalším menej častým problémom bolo, že ste málo, prípadne vôbec nekomentovali svoje postupy, teda sme nevedeli, prečo ste postupovali tak, ako ste postupovali. Taktiež sa stávalo, že ste napísali iba výsledok, ale postup, ako ste naň prišli, už nie.
Ešte sa pomerne často stalo aj to, že ste vyskúšali všetky možné riešenia a našli to správne. Takýto postup je správny a teda sme zaň nestrhávali body, ale je dobré si premyslieť aj logické riešenie, pretože pre nejaký veľký počet bojovníkov by ste už takto zistiť riešenie nemuseli vedieť, respektíve by ste to robili veľmi dlho.

Posledná chyba, ktorá sa stávala pomerne často, bola tá, že keď ste už našli jedno riešenie, prestali ste rozoberať zvyšné možnosti, ktoré vám ešte ostali. Toto je ale chyba, pretože ste neoverili, či ste zistili všetky riešenia.

## 2

opravovali **Dorot Jarošová** a **Peťo Kovács**

najkrajšie riešenia: všetci 9 bodoví

65 riešení

### *Zadanie*

Na ostrove žili 2 druhy ľudí: pravdovravci (vždy hovoria pravdu) a klamári (vždy klamú). Cestou som stretol 2 ľudí. Prvého som sa opýtal: „Ste obaja pravdovravci?" Po jeho odpovedi som nedokázal určiť, ku ktorým druhom patria. Opýtal som sa ho teda ešte raz: „Ste obaja rovnakého druhu?" Po tejto odpovedi som už dokázal určiť, kto je akého druhu. Akých druhov boli?

### *Vzorové riešenie*

Prvá vec, ktorú zo zadania vyčítame, je, že stretneme dvoch ľudí a každý z nich môže byť buď klamár alebo pravdovravec. Stále sa pýtame prvého, a preto máme štyri možnosti dvojíc, ktoré sme mohli stretnúť.

Urobme si tabuľku, kde si vypíšeme tieto usporiadané dvojice aj s ich odpoveďami na prvú a druhú otázku. P označuje pravdovravca, K označuje klamára. Odpovedá vždy prvý v poradí.

| | **PP** | **PK** | **KP** | **KK** |
|---|---|---|---|---|
| 1.*otázka* | Áno | Nie | Áno | Áno |
| 2.*otázka* | Áno | Nie | Áno | Nie |

Ďalšou indíciou zadania je, že po prvej otázke nevedel, z akého sú kmeňa. Vieme povedať, že pravdovravca a klamára nestretol, lebo po prvej otázke mali ako jediná dvojica odpoveď „Nie" .

Po druhej otázke však bolo hrdinovi príbehu jasné, akú dvojicu stretol. Ak by stretol dvoch pravdovravcov, dostal by rovnaké odpovede, ako keď by stretol klamára a pravdovravca. To znamená, že by nevedel povedať, ktorú z týchto dvojíc stretol. Musel teda stretnúť dvoch klamárov.

### *Komentár*

Táto úloha bola veľmi pekná a jednoduchá, preto ju zvládli veľmi pekne všetci, ktorí pochopili zadanie. Niektorým sa však stalo, že sa chceli pýtať oboch stretnutých, prípadne nevedeli jasne určiť, prečo stretli dvoch klamárov.

3 opravovali **Aktka Krajčiová** a **Joži Janovec**
najkrajšie riešenia: Michaela Dlugošová, Samuel Krajči

66 riešení

### *Zadanie*

Ukážte, že ak $p$ aj $p+2$ sú prvočísla väčšie ako 3, tak potom $p+1$ je násobkom 6.

### *Vzorové riešenie*

*1. riešenie* Podmienkou deliteľnosti šiestimi je súčasne deliteľnosť trojkou a dvojkou. Vieme, že $p$ je prvočíslo, čo znamená, že je to nepárne číslo, keďže $p$ je zo zadania väčšie ako 3 a jediným párnym prvočíslom je 2. Ak k nepárnemu prvočíslu pripočítame jedna, dostaneme párne číslo, čo znamená, že bude deliteľné dvomi. Taktiež v každej trojici po sebe idúcich čísel je jedno určite deliteľné tromi. Pretože $p$ je prvočíslo väčšie ako tri, $p$ ani $p+2$ nemôžu byť deliteľné tromi, pretože jediné prvočíslo deliteľné tromi je 3, a to zadaniu nevyhovuje. Z toho vyplýva, že tromi je deliteľné číslo $p+1$. Keďže $p+1$ je párne a deliteľné tromi, musí byť aj deliteľné šiestimi, čiže je násobkom 6.

*2. riešenie* Číslo $p$ má 6 možných zvyškov po delení šiestimi. My chceme ukázať, že jeho zvyšok musí byť nutne 5, pretože potom $p+1$ bude mať zvyšok 6, teda 0, teda je násobkom šestky.
Všeobecne známy je fakt, že prvočísla (väčšie ako 3) môžu mať po delení šiestimi len dva zvyšky, 1 a 5 (Pretože ak dáva číslo zvyšok 2 po delení šiestimi, celé je deliteľné dvomi, rovnako ak dáva zvyšok 4, so zvyškom 3 je celé deliteľné tromi, no a zvyškom 0 je rovno deliteľné šiestimi, teda v žiadnom z týchto prípadov nemôže byť prvočíslo.), teda stačí vylúčiť druhú možnosť a máme vylučovacou metódou dokázané, čo sme chceli.
No a prirodzene, ak by $p$ dávalo zvyšok 1, tak $p+2$ bude dávať zvyšok 3, a to už sme si ukázali, že prvočíslo byť nemôže (lebo ho delí trojka). Teda jediná možnosť je, že p dáva zvyšok 5 po delení 6, teda $p+1$ je násobkom šiestich.

### *Komentár*

Riešitelia tejto úlohy sa v zásade dali rozdeliť do troch kategórií. Tí, čo úlohu riešili tak ako prvé vzorové riešenie, tí, čo ju riešili ako druhé vzorové riešenie, a tí, čo sa k dôkazu snažili dospieť vypisovaním možností.
Všetci zástupcovia poslednej kategórie dostali po jednom bode z dôvodu, že tento postup nie je všeobecný, a teda sa nedá považovať za dôkaz. To, že nejaký algoritmus platí pre prvých povedzme sto čísel neznamená, že to bude tak nutne platiť do konca. (Dokonca niektoré z vašich tvrdení, čo ste na základe skúšania odpozorovali, neboli ani pravdivé. Napríklad, že rozdiely medzi každými dvomi za sebou nasledujúcimi prvočíselnými dvojičkami sú vždy 6. To, že to platí pre 5, 7 a 11, 13 i 17, 19, nič neznamená.)
Často vyskytujúci sa problém v ostatných riešeniach bol tiež zabúdanie na špeciálne prípady prvočísel, ktoré sú delitľné dvojkou či trojkou (2 a 3). Stačilo spomenúť, že to zadanie nedovoľuje, pretože čísla sú väčšie, ako 3, no tí z vás, čo tak neurobili,

tvrdili niečo, čo všeobecne nie je pravda, a tak sme im nemohli udeliť plný počet bodov.

4 opravovali **Dano Onduš** a **Peťo Milošovič**
najkrajšie riešenia: Michaela Dlugošová

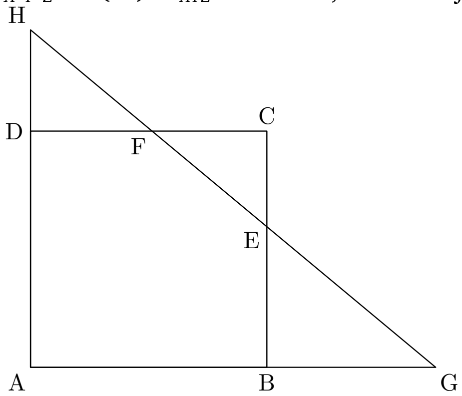
65 riešení

### *Zadanie*

Ulice sú na mape mesta zakreslené úsečkami do tvaru štvorca $ABCD$ so stranou dĺžky $a$. Ulica, ktorú predstavuje úsečka $HG$, pretína ulice $CD$ a $BC$ v bodoch $F$ a $E$, pričom body $H$ a $G$ ležia na polpriamkach $AD$ a $AB$. Bod $F$ leží v strede ulice $CD$ a bod $E$ leží na ulici $BC$, pričom $|BE| : |EC| = 2 : 1$. Koľkokrát je súčet obsahov trojuholníkov $EBG$ a $DFH$ väčší ako obsah trojuholníka $FEC$?

### *Vzorové riešenie*

V riešení sa pozrieme na podobnosť trojuholníkov, ktoré sa spomínajú v zadaní.
Trojuholník $X'Y'Z'$ je podobný s trojuholníkom $XYZ$ s koeficientom podobnosti $k > 0$ práve vtedy, keď: $|X'Y'| = k \cdot |XY|$, $|X'Z'| = k \cdot |XZ|$, $|Y'Z'| = k \cdot |YZ|$. Pre ich obsahy potom platí $S_{X'Y'Z'} = (k^2) \cdot S_{XYZ}$. Ak $k = 1$, tak sú trojuholníky zhodné.




Trojuholníky $FCE$ a $FDH$ sú zhodné podľa vety $USU$, keďže uhly $EFC$ a $HFD$ sú vrcholové, $FCE$ a $FDH$ pravé a zodpovedajúce si strany $DF$ a $CF$ sú rovnako veľké. Teda aj ich obsahy sú rovnaké.
Trojuholníky $FCE$ a $GBE$ sú podobné, pretože uhly $FEC$ a $GEB$ sú vrcholové a $ECF$ a $EBG$ sú pravé. Pomer veľkostí prislúchajúcich strán $CE$ a $BE$ je $1 : 2$. Preto aj $|FC| : |GB| = 1 : 2$. Obsah trojuholníka $GBE$ bude potom štvornásobkom obsahu trojuholníka $FCE$. (Obsah $GBE$ je rovný polovici súčinu základne ($BG$) a výšky ($BE$) a základňa aj výška majú oproti trojuholníku $FCE$ dvojnásobnú veľkosť.)
Takže vieme, že $S_{FDH} = S_{FCE}$ a $4 \cdot S_{FCE} = S_{GBE}$.

$$S_{GBE} + S_{FDH} = 4 \cdot S_{FCE} + S_{FCE} = 5 \cdot S_{FCE}$$

Súčet obsahov trojuholníkov $EBG$ a $FDH$ je päťkrát väčší ako obsah trojuholníka $FCE$.

### *Komentár*

Väčšina z vás došla k správnemu výsledku, ale okrem vyššie spomenutého riešenia ste často rozdelili trojuholník BGE na štyri trojuhloníky zhodné s FCE, ale zabudli ste dôkladne popísať toto rozdelenie. Ďalšie obľúbené riešenie bolo narysovať, odmerať a vynásobiť, čo však samozrejme nemôžeme pokladať za správne riešenie, a tak ste stratili väčšinu bodov. Pozor treba dávať aj pri čítaní zadania, aby bol váš náčrt správny.

## 5 opravovali **Henka Micheľová** a **Maťo Rapavý**

najkrajšie riešenia: Natálka Česánková, Maťo Števko

56 riešení

### *Zadanie*

Zvyšok cesty sme trávili hraním hry. Začínal som a striedali sme sa v ťahoch. V každom ťahu si hráč vyberie číslo z intervalu od 2 po 9 (vrátane). Po každom ťahu sa spočíta súčin všetkých čísel, ktoré zatiaľ hráči vybrali. Ak prevýši 1000, tak ten, čo vyberal posledné číslo vyhral. Napríklad prvý vyberie 3, druhý 6, prvý 8, druhý 9, $3 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 = 1296$, teda druhý hráč vyhral (pred jeho ťahom totiž súčin ešte nebol väčší ako 1000). Zistite, ako mám hrať, aby som porazil Bet.

### *Vzorové riešenie*

Chceme vyhrať. To znamená, že musíme urobiť posledný ťah. Na celú hru sa pozrieme opačne a budeme sa snažiť zistiť, ako máme hrať, aby sme urobili posledný ťah, bez ohľadu na to, aké čísla bude dávať Bet.

Zistime, aké rôzne súčiny môžu byť po predchádzajúcom ťahu (teda Betinom), aby sme určite vedeli dať nejaké číslo také, že po vynásobení dostaneme súčin určite väčší ako 1000. Takéto hodnoty sú od čísla $1000/9 = 111,1$. Súčiny môžu byť iba celé čísla, teda súčin po Betinom ťahu musí byť aspoň 112 (111 by nestačilo pretože $111 \cdot 9 = 999$ a teda by sme nevyhrali). Potom my dáme 9 a vyhrali sme.

Teraz vieme, že je na rade Bet. Ak ona dá ľubovoľné číslo, tak potom si musíme byť istí, že bude súčin väčší alebo rovný 112, teda ak aj dá Bet najmenšie číslo (2), tak potom bude súčin určite väčší alebo rovný 112. Pred jej ťahom teda musí byť súčin väčší alebo rovný ako $112/2 = 56$, ale zároveň menší ako 112.

Na ťahu sme opäť my. Zistime, aký najmenší súčin vedela dať Bet v predchádzajúcom ťahu, aby sme my vedeli spraviť súčin v intervale od 56 do 111 vrátane. Tak to bude $56/9 = 6,2$ (zoberieme najmenší súčin, aký sa dostať dá a vydelíme ho najväčším číslom, aké vo svojom ťahu mohla dať). Takže bez ohľadu na to, čo dá Bet, musí byť súčin po jej ťahu medzi 7 a 55 vrátane.

Dostali sme sa na jednociferné čísla, čiže tu už ide o prvý ťah, ktorý pripadol nám. Zistili sme, že musíme dať také prvé číslo, aby ak Bet dá ľubovoľné číslo, tak súčin bude medzi 7 a 55 vrátane. Takže mu môžeme dať 4, 5 alebo 6 a určite vyhráme.

Teraz si celý postup zrekapitulujme a overme:

**1.)** My začíname. Dáme číslo 4, 5 alebo 6.

**2.)** Bet ak dá ľubovoľné číslo, tak súčin bude určite medzi číslami 7 a 55 vrátane (pretože najmenší súčin, aký môže dostať, je $4 \cdot 2 = 8$ a najväčší možný súčin je $6 \cdot 9 = 54$).

**3.)** V našom ťahu zvolíme číslo také, aby bol súčin po našom ťahu v intervale 56 a 111 vrátane. Najmenší súčin po jej ťahu bol 8 a vtedy vieme zvoliť číslo, napr. 8: $8 \cdot 8 = 56$. Najväčší možný súčin po jej ťahu bol 54 a vtedy vieme zvoliť číslo napr. 2: $54 \cdot 2 = 108$. Keďže sme dokázali, že to platí pre najväčší a najmenší možný súčin, tak potom to bude platiť aj pre všetky hodnoty medzi tým.

**4.)** Ak dá Bet ľubovoľné číslo, tak súčin po jej ťahu bude určite väčší alebo rovný 112, no zároveň menší alebo rovný 999. Najmenší súčin, aký vie Bet vyrobiť, je $56 \cdot 2 = 112$, pretože 56 je najmenší súčin po mojom ťahu a 2 je najmenšie číslo, aké môže ona zvoliť. Najväčší súčin je zase $111 \cdot 9 = 999$, čo sedí do intervalu.

**5.)** Dáme 9 bez ohľadu na súčin a určite sme vyhrali, pretože najmenší súčin po Betinom ťahu je 112 a $112 \cdot 9 = 1008$ čo je väčšie ako 1000.

Vyhráme, ak v prvom ťahu dáme číslo 4, 5 alebo 6 a budeme sa držať pravidiel popísaných vyššie.

### *Komentár*

Väčšine z vás sa podarilo správne zvoliť, že začíname ako prvý. Rovnako sa vám podarilo odôvodniť prečo začínať so 7, 8 alebo 9 nie je víťazné. Taktiež ste prišli na správne riešenia (4, 5 a 6). Niektorí však mali iba zapísané myšlienky ako napríklad, že najlepšie by asi bolo začínať malými hodnotami ako 2 a 3, čo však nie je správne. Stalo sa aj, že niektorí považovali za samozrejmé, že sa hodnoty nemôžu opakovať, ale toto tvrdenie nikde v zadaní nebolo spomenuté a preto sme museli aj dať nižšie počty bodov. Celkovo ste úlohu zvládli dobre.

## 6

opravovali **Žanetka Semanišinová** a **Matúš Stelík**

najkrajšie riešenia: Natália Česánková, Martin Masrna

38 riešení

### *Zadanie*

Mám dosť informácií na to, aby som to zistil. Táto pani má dvoch vnukov a má najviac 99 rokov. Keď pred jej vek napíšeme vek jedného z jej vnukov, dostaneme štvorciferné číslo, ktoré je deliteľné vekom tohto vnuka. Vynásobením vekov všetkých troch dostaneme to isté štvorciferné číslo. Koľko rokov má pani?

### *Vzorové riešenie*

Označme si vek babky ako $b$ a veky vnukov ako $v_1$, $v_2$. Vieme, že ak napíšeme vek jedného z vnukov pred babkin vek, dostaneme štvorciferné číslo. Keďže vek babky je najviac 99, čiže dvojciferný, tak aj vek vnuka musí byť dvojciferný, aby tvorili štvorciferné číslo. Bez ujmy na všeobecnosti nech je to vnuk $v_1$.

Spomínané štvorciferné číslo, $\overline{v_1b}$, (tento zápis s čiarou nad číslom znamená, že hovoríme o jeho cifernom zápise, napríklad ak by bolo $v_1 = 12$ a $b = 34$, tak $\overline{v_1b} = 1234$) si vieme napísať v rozvinutom desiatkovom zápise ako $100v_1 + b$, keďže $b$ je dvojciferné číslo. Toto číslo je deliteľné vekom vnuka $v_1$. Keďže číslo $100v_1$ ním deliteľné je, na to, aby bolo celé číslo deliteľné, musí byť deliteľné aj číslo $b$. Povedzme si teda, že $b$ je $k$-násobkom čísla $v_1$, teda, že

$$b = kv_1. \tag{1}$$

Vieme, že $v_1$ je dvojciferné, čiže aspoň 10, preto $k$ je menšie ako 10, lebo aj vek babky je dvojciferné číslo.
Vieme, že to isté štvorciferné číslo $\overline{v_1b}$ sa rovná súčinu vekov všetkých troch. Preto platí

$$\overline{v_1b} = 100v_1 + b = bv_1v_2$$

Do tejto rovnice za $b$ dosadíme $kv_1$, podľa (1). Dostávame

$$\begin{aligned} 100v_1 + kv_1 &= kv_1v_1v_2 \quad / : v_1 \\ 100 + k &= kv_1v_2 \quad\quad / : k \\ \frac{(100}{k) + 1} &= v1v2 \end{aligned}$$

Súčin $v_1v_2$ je celé číslo, preto aj $100/k$ je celé. Z toho vyplýva, že 100 je deliteľné $k$, a keďže $k$ je menšie ako 10, môže to byť len 1, 2, 4 alebo 5. Stačí vyskúšať tieto 4 možnosti:

• $k = 1$: $v_1v_2 = 101$ Je to prvočíslo, takže veky by mohli byť iba 1 a 101, čo nesedí lebo $v_1$ je dvojciferné číslo.

• $k = 2$: $v_1v_2 = 51$, dvojciferné delitele čísla 51 sú len 17 a 51, takže $v_1$ sa rovná jednému z nich. Ak $v_1 = 51$, potom $b = 102$, čo nesedí, lebo babkin vek je najviac 99. Ak $v_1 = 17$, potom $b = 34$ a $v_2 = 3$. Keď ich všetky vynásobíme, skutočne dostaneme číslo 1734. Teda máme jedno riešenie.

• $k = 4$: $v_1v_2 = 26$, dvojciferné delitele čísla 26 sú len 26 a 13, takže $v_1$ môže byť len jedno z nich. Ak $v_1 = 26$, potom $b = 104$, čo nesedí, lebo $b$ má byť dvojciferné. Ak $v_1 = 13$, potom $b = 52$ a $v_2 = 2$. Keď ich všetky vynásobíme skutočne dostaneme číslo 1352.

• $k = 5$: $v_1v_2 = 21$, jediný dvojciferný deliteľ 21 je 21, ale ak $v_1 = 21$, potom $b = 105$, čo nesedí, lebo babkin vek $b$ má byť najviac 99.

Správne riešenia sú teda, že babka má 34 alebo 52 rokov (nevadí, že je nereálne, aby 34 ročná babka mala 17 ročného vnuka, stačí, že je to matematicky správne ;)).

### *Komentár*

Táto úloha pre vás bola pomerne náročná. Nájsť jedno správne riešenie sa podarilo väčšine z vás, ale na to, aby bolo riešenie, kde skúšate všetky možnosti, správne, musíte vysvetliť, prečo sú toto všetky možnosti a vypísať ich (a v tejto úlohe to chcelo naozaj kus odhodlania a trpezlivosti).

Tým, ktorí postupovali podobne ako vo vzorovom riešení, sa poväčšine podarilo dôjsť k správnemu riešeniu. Asi najväčším problémom mnohých z vás boli nesprávne predpoklady pri riešení vekov vnukov a babky.

V matematike nič nie je nemožné a dej v úlohe je podstatný skôr na oživenie zadania, než, aby ste rozoberali každý detail v ňom. Predpoklad, že vek babky má byť vyšší ako vek vnuka je v poriadku, ale zase cieľom je nájsť všetky matematicky správne možnosti a nie riešiť, či je biologicky možné, aby babka mala 34 rokov a vnuk 17 (ak nájdete vyhovujúcu možnosť, tak ju uveďte a prípadne napíšte, že je nereálna :), takto o body neprídete). Potom sa totiž stáva, že niektorí z vás nevyskúšali možnosť, že babka je dva alebo trikrát staršia od vnuka, čo už skutočne je možné aj biologicky (predsa 90 ročná babka môže mať pokojne 45 ročného vnuka).

# Zadania 2. série úloh

Riešenia pošlite najneskôr **5. mája 2014**

Tieto úlohy aj s príbehom nájdete na stránke *http://matik.strom.sk/zadania.php* alebo v minulom čísle vášho časopisu.

**Úloha 1.** *V nemocničnej izbe má každý pacient aspoň 5 kamarátov (kamarátstva sú vzájomné). Zdôvodnite, že niekoľkým pacientom vieme postele uložiť do aspoň 6-členného radu tak, že každý dvaja susedia sú kamaráti.*

**Úloha 2.** *Home a Lesak idú postaviť vesmírnu raketu. „Meh," povedal Home „ty postavíš polovicu takej rakety za 3 dni." Lesak sa nedal. „To je pravda, ale ty postavíš za osem hodín toľko, čo ja za šestnásť." Nakoniec raketu stavali spoločne. Ako dlho im trvalo postaviť celú raketu?*

**Úloha 3.** *Vysvetlite Homeovi a Lesákovi, prečo je súčet dĺžok uhlopriečok v ľubovoľnej rakete tvaru 4-uholníka menší ako súčet dĺžok jeho strán.*

**Úloha 4.** *Obsah štvorcovej fialovozelenej diery, ktorou som preletel, je vyjadrený v* $m^2$ *celým číslom, ktorého číslice sú len 0 a 8. Môže byť strana tohto štvorca v metroch vyjadrená celým číslom? Svoju odpoveď zdôvodnite.*

**Úloha 5.** *Ležal som v diere v tvare rovnobežníka ABCD takej, že strana AD sa rovná 10 a os uhla BAD pretína stranu CD v bode X tak, že obsah lichobežníka ABCX je dvojnásobkom obsahu trojuholníka AXD. Vypočítajte obvod rovnobežníka, ktorý som vyjedol.*

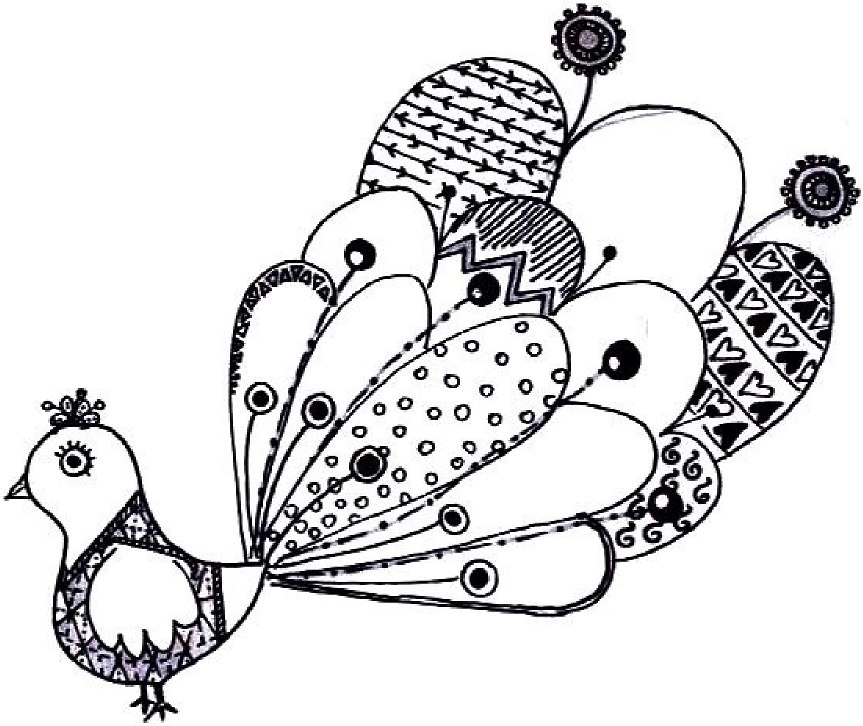
**Úloha 6.** *Ako asi vyzerám? Mám kružnicovú schránku, na ktorej je 10 rôznych bodov. Medzi týmito 10 bodmi vedú moje pichliače – mám ich 45, sú to úsečky a každá je zafarbená buď modrolososovou alebo červenodúhovou farbou. Nie sú ale zafarbené hocijako – každý trojuholník, ktorý má vrcholy v mojich 10 bodoch, má aspoň jednu stranu červenodúhovú. Dokážte, že potom existujú také 4 body (z mojich 10), že všetky úsečky medzi nimi sú červenodúhové. Čo ak budem mať bodov len 9 a 36 pichliačov?*

# Poradie po 1. sérii

**PS** je súčet bodov za predchádzajúce série, **1–6** sú body za jednotlivé úlohy a **CS** je celkový súčet bodov.

| Poradie | Meno | Trieda | Škola | PS | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | CS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. – 5. | Martin Števko | Tercia | GAlejKE | 0 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 7 | **54** |
| | Viktória Brezinová | Tercia | GAlejKE | 0 | 9 | 9 | 8 | 9 | 9 | 9 | **54** |
| | Radovan Lascsák | 7. B | ZKro4KE | 0 | 7 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | **54** |
| | Michal Masrna | 7. B | ZKro4KE | 0 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | - | **54** |
| | Martin Masrna | 9. A | ZKro4KE | 0 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | **54** |
| 6. | Natália Česánková | 9. A | ZHvieLY | 0 | 8 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | **53** |
| 7. – 9. | Katarína Kuľková | 9. | ZSDrienov | 0 | 8 | 9 | 9 | 9 | 9 | 8 | **52** |
| | Michaela Dlugošová | 9. B | ZFranPP | 0 | 8 | 9 | 9 | 9 | 9 | 8 | **52** |
| | Lenka Kopfová | 8. F | ZHradCZ | 0 | 9 | 9 | 9 | 9 | 8 | - | **52** |
| 10. – 11. | Róbert Sabovčík | 7. A | ZKro4KE | 0 | 8 | 9 | 7 | 9 | 9 | - | **51** |
| | Martin Albert Gbúr | 7. A | ZKro4KE | 0 | 8 | 9 | 9 | 8 | 8 | - | **51** |
| 12. – 14. | Kristína Bratková | 1. B | GŠkulKE | 0 | 9 | 9 | 5 | 9 | 9 | 9 | **50** |
| | Martin Mičko | Tercia | GAlejKE | 0 | 9 | 9 | 7 | 9 | 9 | - | **50** |
| | Samuel Krajči | Tercia | GAlejKE | 0 | 9 | 9 | 9 | 9 | 7 | - | **50** |
| 15. – 16. | Slávka Borovská | 1. A | GsvEdKE | 0 | 8 | 9 | 8 | 9 | 6 | 9 | **49** |
| | Šimon Šoltés | 2. OA | GTr12KE | 0 | 9 | 2 | 8 | 9 | 8 | 6 | **49** |
| 17. – 18. | Filip Csonka | Tercia | GAlejKE | 0 | 7 | 9 | 7 | 9 | 9 | - | **48** |
| | Lívia Knapčoková | Tercia | GAlejKE | 0 | 6 | 9 | 9 | 9 | 9 | - | **48** |
| 19. – 20. | Matej Hanus | 7. A | ZKro4KE | 0 | 8 | 9 | 9 | 2 | - | 9 | **46** |
| | Erik Berta | Tercia | GAlejKE | 0 | 8 | 9 | 8 | 7 | 7 | - | **46** |
| 21. – 23. | Martin Melicher | 8. A | ZKro4KE | 0 | 9 | 9 | 6 | 7 | 7 | - | **44** |
| | Vladimír Durňák | Tercia | GAlejKE | 0 | 9 | 9 | 9 | 5 | 7 | - | **44** |
| | Martin Mihálik | Tercia | GAlejKE | 0 | 9 | 9 | 7 | 9 | 5 | - | **44** |
| 24. – 25. | Veronika Šonková | Tercia | GAlejKE | 0 | 8 | 5 | 8 | 9 | 6 | - | **41** |
| | Peter Mann | Tercia | GKomeTV | 0 | 8 | 9 | 5 | 3 | 7 | 7 | **41** |
| 26. – 27. | Samuel Chaba | Tercia | GAlejKE | 0 | 8 | 9 | 8 | 9 | 2 | - | **38** |
| | Michal Kavuľa | 7. B | ZKro4KE | 0 | 8 | 9 | - | 7 | - | 5 | **38** |
| 28. – 30. | Matej Tarča | 7. B | ZKro4KE | 0 | 8 | 9 | - | 5 | 4 | 2 | **37** |
| | Jonáš Suvák | 8. C | ZŠmerPO | 0 | 9 | 9 | 8 | 7 | 2 | 1 | **37** |
| | Andrea Faguľová | 7. A | ZŠkolMG | 0 | 8 | 9 | 1 | 7 | - | 3 | **37** |
| 31. – 32. | Tereza Rudzanová | Tercia | GAlejKE | 0 | 9 | 6 | 4 | 9 | - | 4 | **36** |
| | Patrik Paľovčík | 7. A | ZKro4KE | 0 | 9 | 9 | 5 | 3 | 1 | - | **36** |
| 33. – 36. | Juraj Jursa | Kvarta A | GAlejKE | 0 | 8 | 9 | 7 | 9 | 2 | - | **35** |
| | Martin Spišák | Kvarta A | GAlejKE | 0 | 9 | 9 | 8 | 9 | - | - | **35** |
| | Matej Genči | 9. A | ZKro4KE | 0 | 1 | 9 | 9 | 9 | - | 7 | **35** |
| | Martin Šalagovič | Tercia | GAlejKE | 0 | 8 | 9 | 9 | 9 | - | - | **35** |
| 37. | František Katona | 1. A | GsvEdKE | 0 | 9 | 9 | - | 7 | 9 | 0 | **34** |
| 38. – 39. | Jana Sadovská | Kvarta A | GMetoBA | 0 | 8 | 9 | 1 | 6 | 5 | 4 | **33** |
| | Šimon Juhás | 7. A | ZKro4KE | 0 | 8 | 9 | 7 | - | - | - | **33** |

| Poradie | Meno | Trieda | Škola | PS | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | CS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 40. – 42. | Benjamín Mravec | 7. B | ZKro4KE | 0 | 8 | 9 | 1 | 3 | 1 | 1 | **31** |
| | Diana Rudzanová | Sekunda B | GAlejKE | 0 | 9 | 6 | 1 | 6 | - | - | **31** |
| | Martin Kozák | Sekunda B | GAlejKE | 0 | 8 | 7 | 1 | 7 | 0 | - | **31** |
| 43. – 44. | Dominika Toďorová | 7. A | ZPetrov | 0 | 8 | - | 1 | 3 | 9 | - | **30** |
| | Tomáš Chovančák | 7. B | ZKro4KE | 0 | 5 | 9 | 1 | 2 | 0 | 4 | **30** |
| 45. | Tomáš Miškov | 3. OB | GTr12KE | 0 | 7 | 9 | 7 | 3 | 1 | 1 | **28** |
| 46. | Michaela Bašistová | Kvarta A | GTataPP | 0 | 8 | 9 | 8 | 1 | 1 | - | **27** |
| 47. | Ján Pavlech | 9. B | ZKlčoNM | 0 | 3 | 9 | 1 | 9 | 3 | 1 | **26** |
| 48. – 49. | František Gábor | 7. A | ZKro4KE | 0 | 7 | 6 | - | 1 | 1 | 3 | **25** |
| | Natália Tóthová | 9. A | ZKro4KE | 0 | 9 | 6 | 1 | 9 | - | - | **25** |
| 50. – 52. | Veronika Danková | Sekunda B | GAlejKE | 0 | 6 | 4 | 1 | 3 | 1 | 3 | **23** |
| | Kamil Fedič | 9. B | ZHrnčHÉ | 0 | 0 | 9 | 4 | 6 | 4 | - | **23** |
| | Veronika Jaklovská | 7. A | ZMalIda | 0 | 7 | 2 | 1 | 1 | 0 | 5 | **23** |
| 53. – 54. | Matúš Zakucia | Kvarta A | GAlejKE | 0 | 9 | 7 | 6 | - | - | - | **22** |
| | Lucia Hlaváčiková | 1. C | GsvEdKE | 0 | 8 | 7 | 7 | - | - | - | **22** |
| 55. – 56. | Marek Koman | Kvarta A | GAlejKE | 0 | 1 | 0 | 4 | 6 | 6 | 3 | **20** |
| | Katarína Rosinová | Kvarta A | GTataPP | 0 | 6 | 8 | 1 | 4 | 1 | - | **20** |
| 57. | Simona Pecsérke | 7. B | ZKrátSA | 0 | 2 | 6 | 1 | 3 | - | - | **18** |
| 58. | Soňa Liptáková | 7. B | ZKro4KE | 0 | 3 | - | 1 | 5 | 2 | - | **16** |
| 59. | Juraj Roman | Sekunda B | GAlejKE | 0 | 6 | 0 | 1 | 2 | - | 0 | **15** |
| 60. | Lenka Jajčišinová | 9. A | ZLipovce | 0 | 1 | 5 | 1 | 3 | 1 | 3 | **14** |
| 61. | Petra Lichá | Kvarta A | GTataPP | 0 | 8 | 1 | 1 | 2 | 0 | 0 | **12** |
| 62. | Richard Pospíšil | Kvarta A | GTataPP | 0 | 8 | 0 | 1 | - | 1 | - | **10** |
| 63. | Marek Vaško | 8. B | ZMukaPO | 0 | 1 | 0 | 1 | 7 | - | - | **9** |
| 64. | Lucia Menčáková | Kvarta A | GTataPP | 0 | 2 | 0 | 1 | 4 | 1 | 0 | **8** |
| 65. | Maroš Sztolárik | 8. | ZBrančNR | 0 | 7 | - | - | - | - | - | **7** |
| 66. – 68. | Alica Jarošová | Kvarta A | GTataPP | 0 | 1 | - | 1 | 3 | 1 | 0 | **6** |
| | Lea Luptáková | Kvarta A | GTataPP | 0 | 1 | - | 1 | 3 | 1 | 0 | **6** |
| | Matúš Nadžady | Kvarta A | GTataPP | 0 | 1 | - | 1 | 3 | - | 1 | **6** |
| 69. – 70. | Samuel Ivan | 8. B | ZŠmerPO | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | **4** |
| | Helena Kislerová | 8. | ZBranč | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | - | **4** |
| 71. – 72. | Rasťo Korman | NULL | ZOr11ZA | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | - | **3** |
| | Miroslav Kramár | NULL | NULL | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | **3** |
| 73. | Michaela Remeňová | 8. | ZSKomj | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | **1** |



**Za podporu a spoluprácu ďakujeme:**

Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**
Číslo 5 • Letná časť 27. ročníka (2013/14) • Vychádza 3. apríla 2014
Internet: `http://matik.strom.sk` • E-mail: `matik@strom.sk`

**Vydáva:** Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://www.strom.sk` • E-mail: `zdruzenie@strom.sk`