

MATIK



Ahojte!

Po pekne dlhých vianočných prázdninách je už škola v plnom prúde a Vy sa tešíte, že držíte nové číslo *MATIK*a. Teraz sa už môžete vrhnúť do rátania novej série úloh. Už teraz sa tešíme na Vaše riešenia. Veľa šťastia!

Vaši milovaní vedúci *MATIK*a

Výlet

Vonku zima, ty iba sedíš doma, hráš sa na počítači alebo čítaš knižku v ponožkách, ktoré si práve dostal na Vianoce? To veď to je paráda, však aspoň predsa neprechladneš a budeš môcť ísť na šupa mega pecka matikovský výlet. Áno, je to tak, aj tentoraz bude matikovský výlet, ktorý ti povie niečo viac o jeho osude a minulosti. Tak neváhaj a dojdi! Keby tvoji rodičia chceli vidieť aj nejaké vecné informácie a nie len tento popis, tak im ich ukáž na stránke a vo facebookovej skupine.

2% z daní pre STROM

Blíži sa obdobie, kedy vaši rodičia môžu venovať 2% zo svojích daní verejno-prospešným organizáciám, ako sme my. Ako všetkým, aj nám sa peniaze zídu. Využijeme ich na pokrytie nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, aktivity na sústreďení, ...). Chceme Vás preto poprosiť, aby ste rodičom, súrodencom, tetám, strýkom, babkám, dedkom, susedom, cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, či by svojou troškou nepodporili našu dobrovoľnícku činnosť. Všetky potrebné informácie nájdete na našej stránke <http://zdruzenie.strom.sk>. Ďakujeme!

Organizátori *MATIK*a

Pravidlá súťaže

Priebeh. Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov siedmeho až deviatego ročníka základných škôl, resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší (im však odporúčame seminár Malynár – viac o ňom sa dozviete na stránke <http://malynar.strom.sk>). *MATIK* prebieha korešpondenčnou formou – počas zimnej časti dostaneš dve série po 6 úloh, ktoré vyjdú naraz v septembri. Riešenia tých úloh, ktoré sa ti podarí vyriešiť, alebo prídeš aspoň na časť riešenia, pošli do uvedeného termínu na našu adresu. My ich opravíme, obodujeme a zostavíme poradie všetkých riešiteľov. Opravené riešenia úloh spolu s ďalším číslom časopisu, v ktorom nájdeš správne riešenia a poradie, dostaneš do školy. A ak sa budeš snažiť a skončíš medzi najlepšími, môžeš sa tešiť na 6-dňové sústredenie v peknom prostredí nabité zaujímavým programom, športom, hrami, matikou a skvelými kamarátmi. Sústredenie je určené pre členov minimálne prvých troch družstiev súťaže Lomihlav a riešiteľov seminára *MATIK*, ktorí sa v konečnom poradí umiestnili do 20. miesta.

Bodovanie. Za správne vyriešenú úlohu získaš 9 bodov, za čiastočne správne alebo neúplné riešenie primerane menej. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

deviataci, kvarta: všetky vyriešené úlohy

ôsmaci, tercia: päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh

siedmaci, sekunda: päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

Primáni, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

Príklad. Traja bratia, deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4) + 5 = 23$ bodov. Jasné, nie?

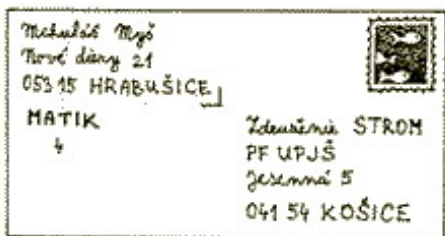
Ako písať riešenie? Úlohy rieš samostatne, neodpisuj ani nikomu nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, nestačí. Tvoje písomné riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní opisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke **Tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielaj na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uveď výrazne „*MATIK*“.



Riešenie



Obálka

Riešenia môžeš nahrávať pomocou založeného účtu na našej webovej stránke <http://matik.strom.sk>. Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20:00. Dbaj na presné **dodržanie termínu** odovzdania, či už budeš riešenia posilať poštou alebo nahrávať na našej stránke (za oneskorenie ti **budeme strhávať body**). V prípade, že na našej stránke nastanú nejaké problémy, tak je tu možnosť poslať nám riešenia aj na našu adresu riesenia@strom.sk.

! POZOR ZMENA !

Pred odosielaním prvých príkladov sa nezabudni zaregistrovať na našej stránke, aby sme mali na Teba nejaký kontakt.

! POZOR ZMENA !

Registrácia na našej stránke funguje ako ekvivalent vyplnenia prihlášky do nášho semináru. Ak sa na našej stránke nezaregistruješ, tak sa môže stať, že o tebe nebudeme mať dostatok informácií. To môže dopadnúť napríklad tak, že ti nebudeme môcť poslať späť tvoje opravené úlohy alebo tvoje hodnotenia nebude možné zobrazit v poradí. Dokonca sa môže stať, že ťa nebudeme môcť kontaktovať v prípade, že získaš možnosť sa zúčastniť sústredenia.

A ináč... Ak sa chceš dozvedieť niečo o seminároch pre mladších alebo starších ako **MATIK** , máš nejasnosti v zadaniach, opravených riešeniach, alebo ťa zaujíma niečo iné, neboj sa opýtať na našej adrese. Budeme radi, keď nám pošleš vlastný príspevok do časopisu, alebo napíšeš len tak, ako sa ti páči **MATIK** . Papierovú poštu pre nás nezabudni vždy označiť heslom „MATIK“, maily nám môžeš posilať na adresu matik@strom.sk.

Zadania 1. série úloh Letnej časti

Riešenia pošlite najneskôr **21. marca 2016**

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na <https://matik.strom.sk/>!

„Tak takto vyzerá nebo? Neskutočná tma, ako keby som mal zavreté oči, smrad rozčapených múč a navyše ma trápi neskutočná bolesť v pravom uchu a mojom šťastnom nechte na ľavom malíčku ruky? Tak to som sklamaný no...“ Otvorí oči. „Aaaaha. Tak už to je lepšie, aj keď stále veľa nevidím.“ Miestnosť bola veľmi tmavá, vyzerala ako kabinet jeho učiteľa matematiky na strednej škole, preto z nej nemal dobrý pocit. Keď dvihol hlavu, aby sa lepšie rozhlíadal po miestnosti, tak ho nesmierne bolelo pravé ucho. „Jožko, ty to zvládneš! Nebuď bábovka!“ povedal si a napriek nesmiernej bolesti dvihol hlavu a uvidel, že je pripútaný o posteľ nejakými zvláštnymi putami. No vzápätí opäť odpadol, kvôli nesmiernej bolesti pravého ucha.

Prebudil sa na hlasný smiech. Zdvihol hlavu a všimol si tri postavy v dlhých, bielych plášťoch, ako sa rozprávajú a pri tom bujaro smejú. Keď si jeden z nich všimol, že sa na nich Jožko pozerá, okamžite zmĺkli a tvárili sa úplne seriózne. Jeden z nich podišiel ku Jožkovi a pichol mu niečo do predlaktia. Na to Jožko zaspal.

„Načo ho tu ešte držíme, keď sme z neho vytiahli už všetko?“

„Veď sa s ním ešte pohráme.“

„Ale Roderik, nebuď ako malý, zbav sa ho, na hranie ti kúpim lego.“

„Ale šéfe... Duplo?“

„Áno, len sa ho už zbav!“

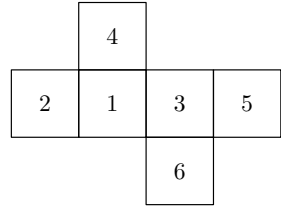
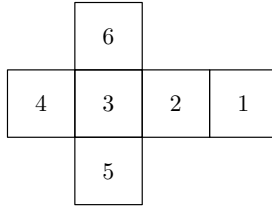
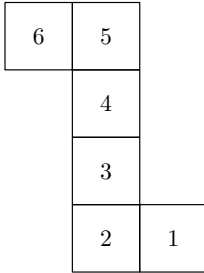
„No dobre, len sa vy... pôjdem na záchod.“

Jožko si pomaly ale isto začínal uvedomovať vážnosť situácie. „Musím utiecť. A čo najskôr,“ povedal a pozrel na zvláštne putá, ktoré ho držali na posteli.

Úloha 1: *Putá sú tvaru rovnoramenného trojuholníka ABC . Jeho ramená AC a BC zvierajú uhol veľkosti 36 stupňov. Os uhla CAB pretína stranu BC v bode D . Úsečka CD má dĺžku 8 . Akú dĺžku má strana AB ?*

Bum! S námahou sa zvalil z postele. S ešte väčšou sa pozviechal zo zeme. V šerej miestnosti bez okien bol okrem jeho postele a zavretých dverí iba jeden stolík so stoličkou a nad ním na stene políčka so skúmavkami. Na stolíku bola zložka, na ktorej bolo napísané PRÍSNE TAJNÉ. „Prísne tajné? Tak to asi môžem otvoriť.“ V zložke boli na jeho prekvapenie nejaké fotky. Po bližšom preskúmaní si uvedomil, že to je on, keď mal asi 11 rokov. Po pár minútach sebaobdivovania otočil stranu. Tam boli už trochu podstatnejšie veci. Boli tam obrázky nejakého zvláštného prístroja, ktorý vyzeral ako kocka.

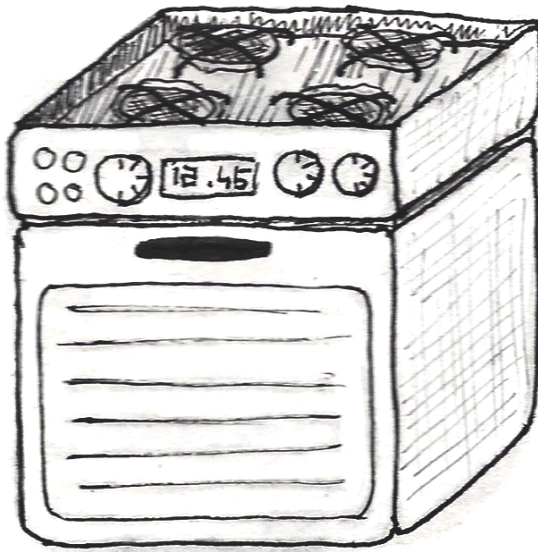
Úloha 2: Zo sietí na obrázku možno zostrojiť 3 kocky. Ak z nich postavíme stĺpček (položíme všetky tri kocky na seba, pričom môžeme kockami ľubovoľne otáčať a meniť ich poradie), na jeho bokoch môžeme (zhora dolu) prečítať štyri trojiciferné čísla. Keď tieto štyri čísla sčítame, aký najväčší súčet môžeme dostať? Ako budú tieto kocky vyzerať? Nakreslite ich tak, aby bolo jasné, ktoré strany spolu susedia, a ktoré nie.



Vedľa obrázkov bolo napísané: Pomocou prístroja Kappa123 sa nám podarilo získať spomienky v skúmavke označenej 'JJ'. Jožko sa pozrel na poličku nad stolíkom, kde videl strašne veľa skúmaviek, na ktorých boli čísla. A keďže Jožko je poriadkumilovný ježko, tak sa rozhodol, že ich trošku usporiada.

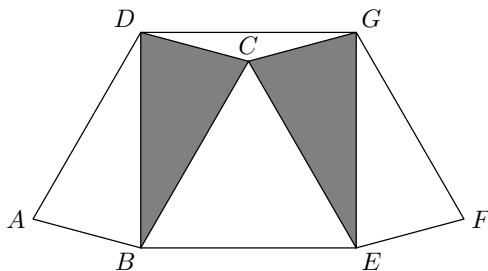
Úloha 3: Napíšte niekoľko prirodzených čísel do radu tak, že súčet ľubovoľnej 17-tice susedných čísel bude párny a zároveň ľubovoľnej 18-tice susedných čísel bude nepárny. Koľko najviac čísel môže byť v rade?

Keď Jožko spravil poriadok, našiel aj skúmavku s označením 'JJ'. Z čistej zvedavosti vložil skúmavku do prístroja Kappa123. Prístroj zahrkotal, vypustil nejakú paru, čomu sa Jožko celkom podivil, a začal premietiť posledné udalosti od toho, ako si Jožko vybral modrú pilulku cez to, ako si vybral červenú až po súboj s Gandulfom a to, ako ho polomŕtveho odviekli z upršanej ulice vedci, ktorých dnes videl prvý krát. „Fúha... Tak... Asi to vyzerá zle... Títo šílení vedci ma pravdepodobne chcú zabiť a–“ Jožko sa zarazil. „JA SOM NECHAL ZAPNUTÝ SPORÁK!!!“ Jožko v tom momente vystrelil von dverami a bežal, a bežal chodbami neznámej budovy, až kým mu nedošiel dych. Jožko celý zadýchaný sa rozhladol a všimol si, že šesťuholníková miestnosť pred ním je strážená kamerami, takže musí nájsť takú cestu, aby ho kamery nespozorovali.



Úloha 4: Miestnosť má tvar šesťuholníka $ABEFGD$. Štvoruholníky $ABCD$ a $EFGC$ sú zhodné obdĺžniky a štvoruholník $BEGD$ je tiež obdĺžnik. Určte pomer obsahov bielej a sivej časti šesťuholníka $ABEFGD$, ak trojuholník BEC je rovnostranný.

Keďže Jožko nie je veľmi inteligentný, tak potreboval veľa šťastia aby sa vyhol kamerám, ale nejako sa mu to podarilo. Keď vošiel do dverí na konci miestnosti, tak sa ocitol v ďalšej, oveľa menšej miestnosti, v ktorej sa nachádzalo veľa gombíkov a monitorov. Jožko usúdil, že to je centrum bezpečnosti celej budovy. Po bližšom skúmaní gombíkov objavil jeden veľký, červený, na ktorom bolo napísané VYPNÚŤ ALARM. „Aké šťastie,“ potešil sa Jožko stlačajúc gombík. „No samozrejme. Ako by to mohlo byť také jednoduché.“ Na obrazovke sa objavil nápis: ‘Prosím zadajte heslo’. No ten, čo ho písal, asi nemal najlepšiu pamäť, takže nižšie bola napísaná nápoveda.



Úloha 5: Heslo je stojedenáste prirodzené číslo x , pre ktoré platí, že $32x + 18$ a $31x + 25$ je deliteľné 11. Aké je heslo?

Ale hneď vzápätí si Jožko všimol mapu na stole. Ale keď na ňu pozrel, stratil všetky nádeje na útek. Všetky východy boli tak dobre strážené, že by sa mu ani za nič nepodarilo vyklízať von. Klesol na zem a v zúfalosti iba čakal, kým ho tam niekto nájde a bude jeho koniec. Asi po pol hodine, keď nikto neprišiel zrazu ožil, keď si všimol páku pod schodami. Zatiahol za páku a zem pod ním sa prepadla. Šmýkal sa asi pol minúty a pripadal si ako jeho bývalý spolužiak Pustošník Hrnčiar, keď išiel do tajomnej pivnice v škole. Bum! „Fuj tu smrdí... A au, môj zadok,“ dopadol Jožko. Keď si jeho oči privykli na takú tmú, uvidel okolo seba neskutočný neporiadok. „To bude dajaká žumpa alebo čo,“ pomyslel si. Kelímky od jogurtov, staré noviny, mŕtve myši, ba dokonca sa mu zdalo, že tam niekde vidí aj mamutie kly. Jednoducho bolo tam všetko. A strašne to smrdelo. V hĺbke odpadkov si Jožko všimol aj nejaký list, pravdepodobne z čias, kedy boli tieto tunely projektované.

Úloha 6: *„Je 10 kanálov, ale žiadne dva nie sú prepojené poriadnym tunelom. Vydávam rozkaz, aby sa z každého kanálu prehrabali 4 poriadne tunely vedúce do iných 4 kanálov.“ Bude možné po realizácii tohto plánu prejsť do všetkých kanálov pomocou poriadnych tunelov bez ohľadu na to, ako budú tunely prekopané? Čo ak z každého kanálu pôjde 5 tunelov?*

Keď Jožko zistil, ako systém kanálov vyzerá, tak sa pobral ku najbližšiemu z nich.

Zadania 2. série úloh Letnej časti

Riešenia pošlite najneskôr **25. apríla 2016**

„Vzduuuch!“ Jožko sa z plných pľúc nadýchol. „Fúúú! Tak to teda bolo niečo!“ Trochu sa oprášil, aj keď mu to veľmi nepomohlo a trielil rovno domov vypnutý sporák. Cestou ale narazil na partiu veselých mladíkov vyspevujúcich z plného hrdla: „Péééčivo, chleba, štyri rohlííiky. K tomu sééégedííínsky guláš, štyri knedlíky.“ Keď dospievali, tak sa jeden z nich otočil smerom k Jožkovi a po chvíli radostne zvolal: „Jožííí!“ na čo sa pridali aj ostatní. „No dokelu, už len toto mi chýbalo,“ zamrmlal si Jožko popod nos, pretože naozaj nemal náladu sa s nimi teraz baviť. Ale hneď si všimol, že ich je nejakú málo. Ale ani za nič si nevedel spomenúť, koľko kamarátov vlastne má.

Úloha 1: Jožkovi kamaráti sú zvláštni. Každý z nich buď vždy klame alebo vždy hovorí pravdu. To znamená, že od žiadneho z nich nemôžete počuť klamstvo aj pravdu v jeho výpovedi. Jeho kamaráti – tí, ktorí tu práve boli (konkrétne Alojz, Bartolomej, Ctibor, Drahomír, Ezechiel, Frederik, Gabriel a Herbert) mu na otázku, koľko má kamarátov, odpovedali takto:

A: Všetci hovoríme pravdu. Máš ich párny počet.

B: Aspoň 1 z nás ôsmich klame. Máš ich trojčíferné číslo.

C: Katka mala dnes na raňajky iba 1 jogurt a nič iné.

D: Katka mala dnes na raňajky iba 1 jablko a nič iné.

E: Aspoň 2 z nás tu klamú. Počet tvojich kamarátov je číslo, ktoré má na mieste stovák 1.

F: Aspoň 2 z nás tu hovoria pravdu. Katka raňajkovala iba melón.

G: Katka dnes raňajkovala. Počet tvojich kamarátov je deliteľný 7.

H: Katka dnes nejedla. Počet tvojich kamarátov nie je deliteľný 9.

Koľko má Jožko kamarátov?

„Ale veď na tom aj tak nezáleží“ povedal si Jožko. No v tom si spomenul na sporák, ktorý nechal zapnutý, a rozbehol sa. O chvíľu už bol pred svojim domom. Vyrzil dvere a okamžite vypol sporák. „Tak to bude účet za plyn.“ Vtom počul za sebou tiché kroky. Jožko sa zlakol, že ho už znova lapili. „Jožíiiii, zdravím ťa. Kde si toľko trčal?! Ani na maily si mi neodpovedal,“ Jožko hneď spoznal Dinov hlas. „Čo tu robíš, šak som ťa nevidel hádam celú večnosť, koľko máš vôbec rokov?“ vyzvedá Jožko. Dino už dávno stratil zmysel pre humor, tak sa rozhodol Jožka pobaviť úlohou.

Úloha 2: Dino vynásobil svoj vek (menší ako 100 rokov) tromi a povedal ho Jožkovi. Jožko mal však problémy so sluchom, takže počul číslo odzadu. Číslo, ktoré počul, je Dinov vek pred 2 rokmi. Koľko rokov bude mať Dino o 2 roky?

Jožko celý pobavený touto zábavnou úlohou sa opýtal Dina: „Ta čo teraz, vyzeráš celkom, že vieš, čo robíš.“ Dino ho ale ignoroval a stroho odvetil: „Nie je čas na vysvetľovanie, musíme ísť!“ Dino schmatol zmäteného Jožka a posadil ho do svojho auta.

Úloha 3: *Dino a Jožko sa chcú autom odviezť na kopec za veľkou lúkou. Po ceste však nie sú žiadne čerpacie stanice a auto uvezie len tolko nafty, koľko postačí na jazdu jedného auta do polovice plánovanej cesty. Máme ale k dispozícii Jožkových kamarátov a ich autá (ktoré sú úplne vhodné s tým Jožkovým). Tieto autá parkujú u Jožka v garáži, a z ktoréhokoľvek môžu kedykoľvek preliať obsah (alebo časť) nafty z nádrže do iného auta. Ako teda previesť autami Dina a Jožka za použitia čo najmenej áut? Koľko najmenej áut je na to potrebných? Zdôvodnite, prečo práve tento počet stačí a zároveň, že menej áut Dinovi a Jožkovi nestačí na to, aby sa na kopec odviezli.*

Dino Jožka rýchlo vystrčil z auta. Jožko bol zmätený z aktuálnej situácie. Dino mu len hodil plán nejakého prístroja. „Zrätaj to rýchlo, nemáme čas,“ zakričal naňho Dino.

Úloha 4: *Vypočítajte vnútorné uhly rovnoramenného lichobežníka ABCD s dlhšou základňou AB, ak viete, že je možné rozdeliť ho dvoma priamkami prechádzajúcimi bodom A na tri rovnoramenné trojuholníky, z ktorých jeden je trojuholník ABC.*

Jožko to zvládol a keď povedal Dinovi výsledok, Dino sa pustil do stavby nejakého prístroja. „Dino, čo to robíš?“ Lenže Dino mu neodpovedal, keďže bol zaneprázdnený. Jožko iba sedel a obdivoval hviezdy. „Aha! Tam niečo letí! Dino pozri!“ Dino zodvihol zrak a povedal: „Veď to je Raketa KVK!“ a ďalej majstroval. Znudený Jožko si vtedy spomenul, že má domácu úlohu z matematiky, ktorú dostal asi pred piatimi rokmi.

Úloha 5: *Súostrovie niekoľkých ostrovov je pospájané mostami. Z každého ostrova vedú najviac 3 mosty a medzi ľubovoľnými dvoma ostrovami sa vieme presunúť tak, že prejdeme po najviac dvoch mostoch. Koľko najviac ostrovov môže obsahovať toto súostrovie?*

„Síce meškám päť rokov, ale zvládol som to!“ Jožko sa po opätovnej Dinovej ignorácii rozhodol radšej založiť táborák. Neskôr si z nudy aj uplietol sveter, zostrojil luk, ulovil jeleňa. No Dino stále nereagoval (už si o ňom aj začal myslieť, že je vzácny plyn). Jožko sa teda pobral spať. Ráno stále nič. Jožko, keďže bol jedináčik, si spomenul, ako sám so sebou hral dlhé daždivé večery karty.

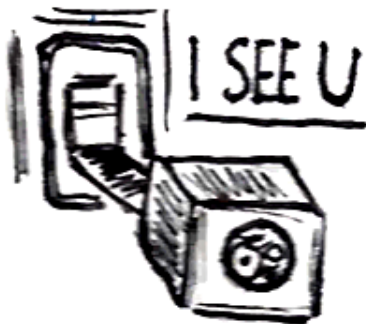
Úloha 6: Máme rozložené karty v rade vedľa seba. Každá je otočená lícom (*L*) alebo rubom (*R*) nahor. Chceme, aby každá karta bola nakoniec lícom nahor. Otáčať karty však vieme vždy len tak, že si zvolíme štyri susedné karty a všetky ich naraz otočíme na opačnú stranu (ak bola karta lícom nahor, tak je teraz rubom a naopak). Akým spôsobom sa to dá doceliť, ak sú karty na začiatku položené

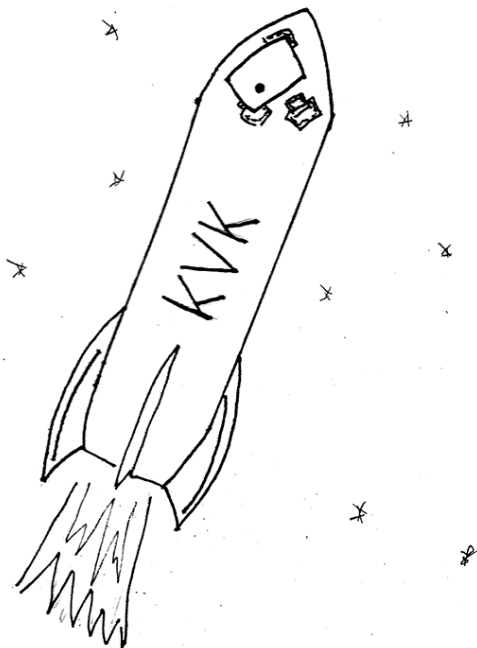
A) *LRLRRLR*,

B) *RLRRRLRL*?

Ak si myslíte, že to je možné doceliť, tak popíšte postupnosť krokov, ako karty otáčate, ak to možné nie je, tak vysvetlite, prečo (uistite sa, že ste však nezabudli skúsiť všetky možnosti alebo všeobecne ukážte, že to nejde).

Dino po ňom hodil kameňom „Pod sem, už to mám.“ Jožko sa obzrel Dinovým smerom a priamo pred ním uvidel niečo, čo vyzeralo ako portál. Podišiel bližšie k Dinovi. Práááásk! Jožko si ani nevšimol, čo sa stalo a letel cez portál. Na zlomok sekundy sa mu zatemnilo pred očami, keď sa zrazu ocitol v momente, ktorý mu bol povedomý. „Moje meno je Frederik,“ povie mu muž v aute, „vyber si jednu.“ Jožko sa len pousmial a spomenul na všetko, čo sa mu prihodilo. „Tak to už nechcem zažiť,“ pomyslel si. „Nie, radšej *MATIK!*“ odvetil a veselo odkráčaľ do práce.





Za podporu a spoluprácu ďakujeme



Názov *MATIK* – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 4 • Január 2016 • Letný semester 29. ročníka (2015/2016)

Internet: <https://matik.strom.sk>

E-mail: matik@strom.sk

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Internet: <https://zdruzenie.strom.sk>

E-mail: info@strom.sk