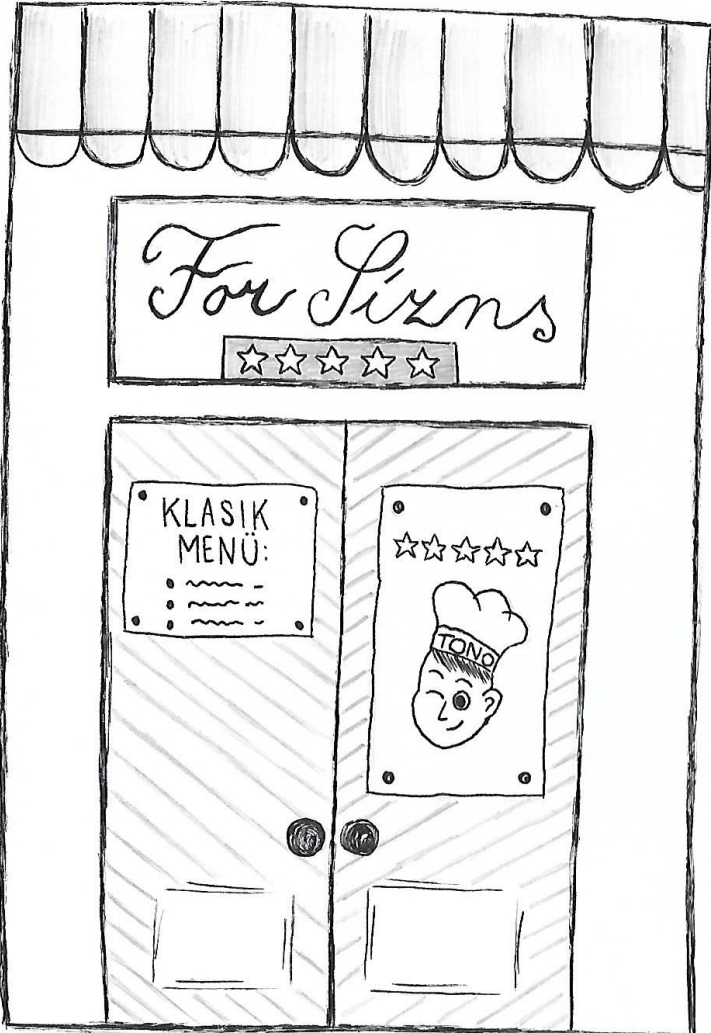


# MATIK

ČÍSLO 4 – ROČNÍK 31

matik.strom.sk



## Ahojte!

Vážení a milí, nikto z vás si určite pri pracovitom opravovaní známok na polročné vysvedčenie nespomenul na *MATIK*, avšak my sme neúprosne pracovali na tom, aby sa tento seminár nevytratil z našich srdiec a aby ste vy mohli pracovito rátať ďalšie nové príklady, vďaka ktorým sa na konci školského roka môžete takmer na týždeň vytratiť zo školy! A to sa oplatí! Tak nestrácajte žiadny drahocenný čas, termíny sa rýchlo blížia! Veľa zdraru!

Vaši milovaní vedúci *MATIK*a

## 2% z daní

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my. Chceme vás preto poprosiť, aby ste svojim rodičom či iným členom rodiny porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby zvažili týmto spôsobom podporiť našu dobrovoľnícku činnosť, nakoľko majú možnosť takto podporiť váš rozvoj a zmysluplné trávenie voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia [zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/](http://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/) a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na [info@strom.sk](mailto:info@strom.sk).

Ďakujeme!

## Pravidlá súťaže

### Priebeh

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov siedmeho až deviateho ročníka základných škôl, resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší. *MATIK* prebieha korešpondenčnou formou – počas zimnej aj letnej časti dostaneš dve série po 6 úloh, ktoré vyjdú naraz v septembri a vo februári. Riešenia tých úloh, ktoré sa ti podarí vyriešiť, a tých, kde prídeš aspoň na časť riešenia, pošli do uvedeného termínu na našu adresu alebo ich nahraj pod svojím profilom na našej webovej stránke. My ich opravíme, obodujeme a zostavíme poradie všetkých riešiteľov. Opravené riešenia úloh spolu s ďalším číslom časopisu, v ktorom nájdeš správne riešenia a poradie, dostaneš do školy, alebo ich nájdeš na našej webovej stránke. A ak sa budeš snažiť a skončíš medzi najlepšími, môžeš sa tešiť na 6-dňové sústredenie v peknom prostredí nabitú zaujímavým programom, športom, hrami, matikou a skvelými kamarátmi. Zúčastňujú sa ho riešitelia korešpondenčných sérií na základe poradia po sériách danej časti ročníka.

### Registrácia

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je jednou z aktivít národného projektu IT Akadémia – vzdelávanie pre 21. storočie ([itakademia.sk](http://itakademia.sk)). Skôr ako odošleš

prvé príklady, je preto potrebné, aby si sa na túto aktivitu prihlásil.

Ak si sa zapojil do niektorej z našich aktivít v rámci národného projektu, tak už máš konto na portáli **registracia.itakademia.sk**. V takomto prípade stačí, ak sa prihlásiš na aktivitu Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* na tomto portáli. Ak ešte nie si registrovaný v projekte, vyplň nám kontaktné údaje v dotazníku, ktorý nájdeš na stránke seminára a my ti konto vytvoríme.

Registrácia je povinná, ak chceš, aby tvoje riešenia boli opravené. Vďaka tomu, že seminár je jednou z aktivít projektu, sú všetky aktivity v rámci neho pre teba bezplatné, a tak, ak sa budeš snažiť, budeš sa môcť zúčastniť sústredenia v Danišovciach bezplatne a pre najlepších troch riešiteľov sú pripravené knižné poukážky.

S registráciou nech ti pomôžu rodičia, alebo učiteľ v škole. V prípade, že máš ty alebo tvoji rodičia, resp. učitelia akékoľvek otázky k registrácii, neváhajte nás kontaktovať e-mailom na **sutaze@itakademia.sk**.

### ***Prihlásenie***

Prihlásenie do semestra prebieha online, na našej webovej stránke **matik.strom.sk**. Ak si novým riešiteľom, alebo ešte nemáš vytvorený účet, zaregistruj sa a vyplň povinné údaje v užívateľskom profile. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole (prázdniny...), v prípade pozývania na sústredenie a tiež aby sme ťa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálnej časti semináru. Na tejto stránke nájdeš takisto svoje opravené a obodované riešenia, ak si ich poslal elektronicky.

Prihláška (vyplnenie profilu) je povinná pre všetkých riešiteľov.

### ***Bodovanie***

Za správne vyriešenú úlohu získaš 9 bodov, za čiastočne správne alebo neúplné riešenie primerane menej. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

- **deviataci, kvarta:** všetky vyriešené úlohy
- **ôsmaci, tercia:** päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh
- **siedmaci, sekunda:** päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

Primáni, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

### ***Príklad***

Traja bratia, deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal  $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$  bodov, Jaro  $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$  bodov a Marcel  $(3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4) + 5 = 23$  bodov. Jasný, nie?

### ***Riešenia po termíne***

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len

v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhneme body. Body sa strhávajú nasledovne, podľa dĺžky omeškania:

- **do 24 hodín:** 2/3 bodov zaokrúhlené nahor
- **viac ako 24 hodín a do štyroch dní:** 1/2 bodov zaokrúhlené nahor
- **viac ako štyri dni:** riešenie neopravujeme

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

### *Odpisovanie*

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú aj za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie).

### *Ako písať riešenie*

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a nikomu ani nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, nestačí. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní opisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke **Tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielať na adresu:

**Združenie STROM, PF UPJŠ, Jesenná 5, 041 54 Košice.**

Pod odosielateľa uveď výrazne „*MATIK*“.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať na našej webovej stránke [matik.strom.sk](http://matik.strom.sk). Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20:00. Dbaj na presné **dodržanie termínu** odovzdania, či už budeš riešenia posielať poštou alebo nahrávať na našej stránke (za oneskorenie ti **budeme strhávať body**). V prípade technických problémov na našej strane posielať riešenia na e-mailovú adresu [riesenia@strom.sk](mailto:riesenia@strom.sk) s predmetom *MATIK*, vo formáte PDF (každý príklad v samostatnom súbore), najneskôr v deň termínu série do 20:00. Riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený. (Pozor na to, že maximálna veľkosť mailu je 10MB.)

### *Webová stránka*

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každom príklade je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadaní. Ak ťa zaujíma niečo o našom seminári (či už tomto alebo o tom pre starších/mladších) alebo by si len chcel pokecať s kamarátmi či zorganizovať nejakú akciu, tak sa neboj a zapoj sa do debaty na našom webe. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu [matik@strom.sk](mailto:matik@strom.sk).

## Zadania 1. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **26. marca 2018**

*Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na [matik.strom.sk](http://matik.strom.sk).*

„For síznš! V minulosti prestížna a vždy preplnená reštaurácia dnes zívala prázdnotou. Tak, ako aj posledné 4 ročné obdobia. Na zopár stoličkách sedeli ľudia staršej generácie, ktorí nepodľahli dnešnému urýchlenému spôsobu stravovania. V pozadí jemne znela hra sláčikov. Vzduchom sa niesla vôňa kráľika na víne. Šéfkuchár a majiteľ Tono smutne sedel na stoličke a spomínal na staré dobré časy, keď bolo v kuchyni rušno. Keďže nemal nič lepšie na práci, začal premýšľať nad tým, aké množstvo rôznych korenín sa nachádza na policike, na ktorú práve bezcieľne hľadel.“

### Úloha 1

Máme 2 krabice. V každej je 10 balíčkov korenín. Každý balíček môže obsahovať červené, zelené alebo žlté korenie, ale vždy jednofarebné. V jednej krabici je aspoň 7 balíčkov žltého korenia a v druhej aspoň 4 balíčky červeného. Dokopy je dvakrát viac žltých ako zelených balíčkov. Ukážte, že počet červených balíčkov sa rovná buď počtu žltých, alebo zelených balíčkov.

Ostatní členovia kuchynského zboru na tom neboli o nič lepšie. Jediný, kto nemal na tvári večne smutný výraz, bol Bet Oven. Nudné chvíle si totiž krátil hraním na kuchynskej rúre. Od malička ho priťahovala hudba, väčšmi ako g-astronómia, ktorú mu rodičia zvolili ako životnú cestu už pri jeho narodení. Nevzdával sa a svoj hudobný talent rozvíjal pomocou jeho spoločníčky rúry. Bet Oven vďaka tomu dokázal prežiť zdĺhavé hodiny v kuchyni. Práve počas jeho sóla, ktoré ostatní zamestnanci s radosťou počúvali, vošiel do reštaurácie neznámy mladík. Jeho príchod všetkých nadchol, lebo ich po dlhšej dobe navštívil nový zákazník. Akonáhle sa usadil, rýchlo, ale elegantne k nemu pribehol jeden z čašníkov a spýtal sa ho:

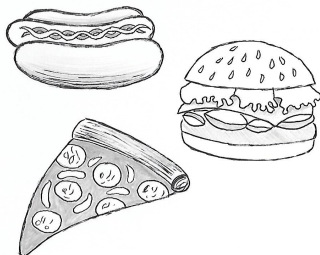
„Dobrý deň mladý pane, čo si dáte?“

Na to mu mladý pán odvetil: „Viete čo? Dal by som si pizzu.“

Na to čašník pokrútil hlavou a odvetil mu, že pizzu v tejto reštaurácii nerobia. Mladý pán sa spýtal, či nerobia jedlo ako napríklad hamburger, hot dog, či kebab, no čašník neustále krútil hlavou doprava a doľava. Pán sa poobzeral po reštaurácii a odvetil:



„No, ak mám byť úprimný, nedivím sa, že tu máte tak málo zákazníkov. Toto sú jedlá, ktoré dnešná generácia konzumuje. My nemáme čas vysedať v reštaurácii s kávičkou v ruke a čakať hodinu, kým nám niekto donesie výdatnú delikatesu. Potrebujeme niečo, čo sa dá spraviť rýchlo, ale zároveň chutné, niečo...“ zrazu čašník prerušil zákazníka a povedal mu, že on je iba čašník, on s tým nemôže nič spraviť. Zákazníkovi to bolo však jedno a odišiel. Nechcel strácať čas na takomto mieste.



Čašník šiel za šéfkuchárom Tonom a vyzrozprával mu, čo sa stalo. Na to sa ho Tono spýtal: „Čo to vlastne sú za jedlá? V živote som o nich nepočul.“

„Preboha, šéfe, kde to žijete? V 18. storočí? Viem, že máte radi klasiku, ale nepoznať jedlá ako pizza, hot dog, hamburger, nedajbože kebab?“ nechápavo vravel čašník.

„Takže to mi chceš povedať, že len kvôli tomu k nám nikto nechodí?“

Čašník prikývol, a tým potvrdil Tonove slová. Videl v jeho očiach smútok a zúfalstvo. Vedel, že táto reštaurácia je preňho všetkým. V podstate to bolo jeho majstrovské dielo a nechcel o ňu prísť. A tak mu navrhol, nech zvolá poradu ohľadom modernizácie ich reštaurácie, aby prilákali aj mladú generáciu.

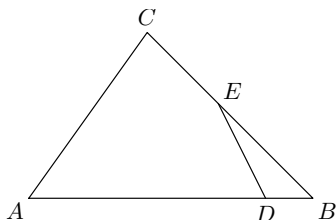
## Úloha 2

*Okolo okrúhleho stola sedelo desať zamestnancov. Poznáme z nich pána Kotletkina, ktorý mal 26 rokov a pána Čajkovského, ktorý mal 33. Zaujímalo by ma, či môže byť vek každého zamestnanca sediaceho okolo stola aritmetickým priemerom vekov dvoch kolegov sediacich priamo po jeho ľavici a po pravici. Ak môže, tak nájdite príklad, ako by mohli sedieť zamestnanci okolo stola a napíšte ich veku. Ak nemôže, tak odôvodnite prečo. Veku zamestnancov sú celé čísla.*

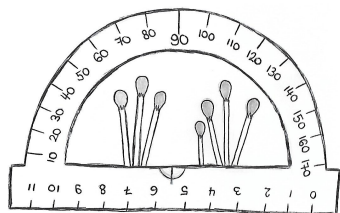
Po dlhej diskusii bol nový jedálny lístok zhotovený, boli pripravení podávať nové, moderné jedlá. Vypísali ho aj na tabuľu pred reštauráciou. Všetci boli plní očakávaní, že za chvíľu sa ich reštaurácia preplní, no čakali márne. Nikto nechodil a nikto z nich ani nechápal prečo. Zrazu jednému čašníkovi menom Andy Pechol svitlo v hlave. Možno sa ich jedálny lístok zmenil, ale interiér stále pôsobí staro a nedomoderne. Rozhodol sa, že spraví návrh, ako by mohla vyzeráť reštauračná časť a zároveň aj kuchyňa, lebo jedlá, ktoré sa rozhodli pripravovať, neboli až tak náročné a mnohé kuchynské zariadenia sa stali nepotrebnými. Mohli teda zväčšiť reštauračnú časť, aby sa tam zmestilo viac zákazníkov.

## Úloha 3

*Reštaurácia mala tvar trojuholníka. Určte obsahy reštauračnej časti, štvoruholník ADEC, a kuchyne, trojuholník DBE, ak obsah trojuholníka ABC je 42 a  $|AD| : |DB| = 5 : 1$  a  $|BE| : |EC| = 4 : 3$*



Všetci boli nadšení z Andyho návrhu, hlavne kvôli tomu, že budú mať zopár dní voľna. Všetci až na Beta Ovena, pre ktorého to znamenalo, že príde o poslednú možnosť byť v jeho práci v kontakte s hudbou. Príde totiž o kuchynskú rúru, lebo na prípravu jedál, ktoré sa rozhodli podávať, nie je potrebná. Tak sa pobral domov, no ešte pred tým si zašiel zahrať na rúru s vedomím, že je to poslednýkrát. Keď sa vydal domov, vrazil si, že to nebude až také hrozné. V hĺbke svojej duše vedel, že klame len sám seba. Tu prácu nemal veľmi v láske. Jeho rodičia trvali na tom, aby tam zostal. Najmä jeho otec.



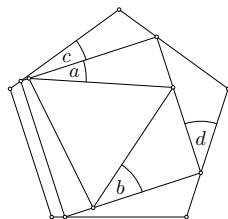
Na ďalší deň ráno Bet Oven vstal. Cítil v sebe akúsi prázdnotu. Bolo to preňho zvláštne, že nemusel ísť do práce, preto znova začal myslieť na to, čo sa stane, keď sa tam vráti. Rozhodol sa, že to nenechá tak a pôjde za svojimi rodičmi. Keď prišiel k rodičom, mama ho milo privítala a pevne zovrela v náručí. Spýtal sa jej, kde je otec, lebo sa s ním súrne potrebuje porozprávať. Zneistene ho poslala do kuchyne. Bet Oven prišiel do kuchyne a videl, že jeho otec stvára niečo pri stole s uhlomerom a zápalkami.

„Otec, čo to robíš, potrebujem sa s tebou porozprávať“ zvedavo a ustarostene sa ho spýtal.

„Len sa tu snažím niečo vyuhliť, ale nejak mi to nešlo, tak som dostal úžasný nápad a zobral som uhlomer a zápalky. S nimi to snáď zvládnem. Vieš čo, nestoj tam len tak a pomôž mi. A potom sa môžeme baviť o niečom inom.“ Tak podišiel k otcovi a spoločne začali merať uhly okolo stola.

#### Úloha 4

Na obrázku je stôl tvaru štvorca, ktorého vrcholy sa dotýkajú strán pravidelného päťuholníka. Na štvorcovom stole je položený trojuholníkový obrus tak, že vrcholy tohto rovnosstranného trojuholníka sa dotýkajú strán stola. Zistíte hodnotu súčtu vyznačených uhlov  $a + b + c + d$ . Žiaden z uhlov však nemerajte, keďže rysovanie nie je presné, ale súčet uhlov na ktorý sa pýtame vypočítajte.



Po niekoľkých chvíľach neúspešného merania k nim nakoniec prišla Betova mama a spravila to za nich, lebo sa na ich neschopnosť už nedokázala pozerieť. Potom

však prišiel ten osudový moment. Bet sa priznal svojim rodičom, že svoju prácu nemá veľmi rád, a že v práci už nebude mať ani tú jediná vec, čo mu spríjemňovala dlhé chvíle. Táto debata trvala dlho, až nakoniec vysvitlo, že Betov otec chcel byť kuchárom, ale jeho otcovi sa to nepáčilo a on mu radšej vybral kariéru matematika, ktorá mu zjavne asi veľmi nešla, keď sa snažil merať uhly s uhlomerom a zápalkami namiesto toho, aby to jednoducho zrátal. Vtedy si pán Oven povedal, že nechce byť ako jeho otec a dovoľí svojmu synovi robiť to, čo ho naozaj baví. Bet sa vybral domov a bol naozaj šťastný, že sa mu podarilo presvedčiť rodičov. Ešte pred jeho odchodom ho však zastavila jeho mama, či by jej vedel pomôcť s jedným problémom, lebo pán Oven často v noci vyjedá koláče.

### Úloha 5

*Do taniera s mriežkou  $4 \times 4$  chceme podávať niekoľko kusov koláčov. Vieme, že v noci príde pán Oven a zje koláče v dvoch riadkoch a dvoch stĺpcoch. Koľko najmenej koláčov musíme podávať na tanier, aby po nočnom nájazde pána Ovena ostal ráno aspoň jeden kus koláča na tanieri pre pani Ovenovú?*

S povolením od rodičov na odchod z práce sa rozhodol, že sa vydá hľadať nový, skutočný zmysel jeho života. Vedel, že sa skrýva v umení a hudbe. Predtým však musel ísť poslednýkrát do práce podať výpoveď a rozlúčiť sa s Tonom. Nikto iný v práci nebol, keďže rekonštrukcia prebiehala v plnom prúde, ale Tono podrobne dozeral na priebeh opráv. Z Betovho odchodu bol smutný, lebo ho mal rád, ale bol hrdý, že sa rozhodol splniť si sny. Poprial mu veľa šťastia do života a ďalej venoval pozornosť stavbárom. Bet Oven bol rád, že to prebehlo takto hladko, a tak sa pobral domov.

Prvýkrát po dlhej dobe sa cítil úplne slobodný. Uvedomil si, že tento pocit sa mu ozaj páči a rozhodol sa, že sa ešte nechce nikde opäť zamestnať. Mal našetrených pár peňazí, ktoré mal bezpečne uložené v banke, a tak sa ich pobral vybrať. Ohľadne svojich úspor bol vždy veľmi ochranársky, a preto mal peniaze uložené v trezore, na ktorého odomknutie je potrebné vyriešiť príklad.

### Úloha 6

*Majme sedem celých čísel takých, že súčet ľubovoľných šiestich z nich je deliteľný piatimi. Dokážte, že potom každé z čísel musí byť deliteľné piatimi.*



## Zadania 2. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najekôr do **30. apríla 2018**

Na druhý deň ráno po kvalitnom spánku, ktorý trval až do obeda, sa rozhodol len tak sa prejsť po meste a objaviť jeho skryté zákutia. Ako sa tak prechádzal, natrafil na istú umeleckú štvrť. Na ulici hrali muzikanti, čím vytvárali peknú atmosféru a všade boli maliari, ktorí púťali pozornosť na svoje umelecké diela vystavené naokolo. Bet Oven sa už dlho necítil taký nadšený. Pomaly sa prechádzal po ulici, zastavil sa pri každom krajšom obraze a hudobníkom sem-tam hodil do klobúka pár drobných. Dokonalé popoludnie. Zrazu uvidel pár kúskov, ktoré vyzerali netradičnejšie než ostatné. Obsahovali geometrické útvary, čo by nebolo až také nezvyčajné, keby boli namalované na normálnych obdĺžnikových plátnach. Tieto plátna mali však tvar trojuholníkov. Keďže často pomáhal otcovi s matematickými príkladmi, rýchlo zrátal rozmery plátna a útvarov na ňom.

### Úloha 1

Daný je rovnoramenný trojuholník  $ABC$  so základňou  $AB$  dĺžky 12 cm a výškou o polovicu menšou. Body  $K, L$  ležia v tretine strán  $AC$  a  $BC$  bližšie k vrcholom  $A$  a  $B$ . Vypočítajte obsah obdĺžnika  $GFLK$ , ak  $F, G$  ležia na strane  $AB$ .

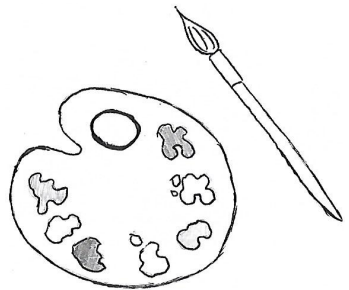
Keďže na obraz pozeral dlhšie ako na ostatné, zrazu sa ozval mužský hlas.

„Dobrý deň, pane. Môžem vám nejakou pomôcť? Chceli by ste kúpiť niektorý z mojich obrazov?“ spýtal sa dychtivo.

Bet Oven si obzrel muža, ktorý stál pred ním. Bol prekvapivo mladý, mohol mať najviac tridsať, ani to nie. Bol pomerne vysoký a na prvý pohľad až nudne obyčajný. Ruky špinavé od farby, rifle a čierne tričko tiež na niektorých miestach zafarbené, svetlohnedé nakrátko ostrihané vlasy. Jediná zaujímavá vec, ktorú si pozorný človek ako Bet mohol všimnúť, boli jeho oči. Nie že by boli zaujímavej farby, to vôbec, boli veľmi všedné hnedé. Skôr za to mohol jeho pohľad. V očiach mu videl vášeň a zápal pre umenie ako u málo koho. Vedel však, že aj on mával kedysi taký pohľad, vždy keď hrával na hudobný nástroj. Práve tento detail donútil Beta zdvihnúť pred seba vystretú ruku, usmiať sa a povedať: „Dobrý deň. Volám sa Bet Oven a veľmi ma zaujali tvoje obrazy.“

Mladík začudovane pozeral na ruku natiahnutú jeho smerom. V sekunde sa však spamätal, rýchlo si utrel špinavé ruky do trička a nasadil svoj najlepší úsmev. „Moje meno je Moc Art. Som rád, že sa ti páčia moje diela. Vieš, sú pomerne netradičné, takže málokoho zaujmú na prvý pohľad. Mám ich tu hneď niekoľko, ktoré sa ti páčia najviac?“

Bet Oven sa zahľadela zaňho a uvidel pekne usporiadané obrazy označené číslami.



## Úloha 2

Obrazy sú označené číslami  $1, 2, \dots, 25$  a sú rozmiestnené do piatich riadkov a piatich stĺpcov štvorcovej mriežky  $5 \times 5$ . Uvažujme súčty čísel v každom riadku a každom stĺpci. Medzi týmito desiatimi hodnotami sú párne čísla (párne súčty) a nepárne čísla (nepárne súčty). Označme  $p$  súčet všetkých párných súčtov a  $n$  súčet všetkých nepárných súčtov. Môžu byť čísla  $1, 2, \dots, 25$  rozmiestnené do mriežky tak, aby platilo  $p = n$ ?

Bet Oven ukázal na prvý obraz, ktorý ho zaujal. Moc Art sa usmial od ucha k uchu a rozrozprával sa o svojich obrazoch a farbách, ktoré používal. Bet ho počúval len na pol ucha a vedel, že tento človek bude rozprávať o obrazoch a umení v akejkoľvek situácii. No aj napriek tomu sa Betovi veľmi pozdával a uvedomil si, že po rokoch by si konečne mohol nájsť nového priateľa. Konečne by sa mohol s niekým poriadne vyrozprávať a ako sa zdalo, Moc mal vždy dobrú náladu a srdečný úsmev na perách. Síce sa zdalo, že nie je veľmi pozorný, nevšimol si, že Bet ho už dlho nepočúva, ale je myšlienkami niekde inde, stále mlel svoje o umení. Bet chápal, že sa zjavne Moc nemá s kým moc rozprávať, nechal ho kecať svoje a občas prikývol alebo sa usmial. V tom si však spomenul na hru, ktorú hrával s priateľmi za starých čias a prišlo mu ako fajn nápad zahrať si ju. A tak vytiahol z vrečka guličky, ktoré so sebou nosil pre každú príležitosť a vysvetlil novému kamarátovi pravidlá hry.

## Úloha 3

Hra vyzerala nasledovne: Guličky usporiadali do troch skupín o počte 11, 12 a 13. Bet a Moc mali za úlohu ich všetky postupne zobrať a hrať hru na ťahy. Ťah vyzeral tak, že ten, kto bol na rade, musel zobrať dve guličky, každú z inej skupiny. Kto nemohol zahrať takto predpísaný ťah, prehral. Nájdite výhernú stratégiu pre niektorého z hráčov. (Výhernou stratégiou rozumieme návod, ako má hráč hrať, aby vždy vyhral, nech ten druhý hrá akokoľvek.)

Hra bola pre oboch hráčov zábavná, ale viete, ako to chodí. Aj tie najlepšie veci sa nám po čase zunuujú. Samozrejme, v prípade Beta a Moca je umenie to, čoho sa nikdy nenabazia. To, čo ich spája čím ďalej, tým viac.

Počasia im prialo, bol slnečný deň, ktorý si však užíval posledné chvíle svojej slobody, zatiaľ čo si mraky hľadali cestu na oblohu. Tých dvoch to vôbec neodradilo, prechádzky sú oveľa príjemnejšie so správnymi ľuďmi za fujavice ako s tými nesprávnymi pri idylickom počasí. Poznali sa síce krátko, ale jazyky im lietali ako Mocovi štetec po trojuholníkovom plátne. Povymetali všetky možné témy, až sa znenazdajky dostali k svojim detským rokom. Mocovi rodičia chceli zo svojho syna astronóma, napriek jeho talentu a vášni k výtvarnému umeniu. Bet bol plný porozumenia, bol rád, že aspoň niekto na svete vie, ako sa doteraz cítil. Mocovi k splneniu jeho túžob pomohla babička. Celý čas v neho verila. Bolo medzi nimi zvláštne puto. Možno preto, že sa narodili v rovnaký deň.

### Úloha 4

*Babka Eva Rosina a jej vnuk Moc majú narodeniny v rovnaký deň. Pri šiestich po sebe idúcich oslavách narodenín bol babkin vek vždy deliteľný vekom Moca. Kolko narodeniny oslavovala babka na poslednej z týchto šiestich osláv? Babka nemá viac ako 100 rokov a veky sú celé čísla. Nezabudnite nájsť všetky možnosti a odôvodniť, že iné neexistujú.*

Napriek svižnému rozhovoru, do ktorého boli obaja zahĺbení, si začali uvedomovať, že by sa mali čím skôr niekam skryť. Z vetrika sa stal vetrisko a na zem dopadli prvé kvapky. Pouliční umelci sa spratali plní starostí o svoje diela. Naši dvaja hľadali ideálne miesto, kam by sa mohli uchýliť a vyčkať, kým sa opäť vyčiasí. Pohľad im padol na nevýraznú tabuľu s nápisom ‚Galéria de Luvrica‘. Bez váhania ta zamierili. Galéria vyzerala byť z vonku malá a útulná, v skutočnosti pozostávala z niekoľkých poschodí a veľkého priestoru v suteréne. Trvalo by im celý deň, kým by preskúmali každé jedno zákutie. Najviac ich zaujali poschodia venované Alfonsovi Včelovi a Vintgrosovi van Goghovi. Moc sa rozplýval nad dielami, ktoré už neraz videl, no každým razom v ňom vyvolajú katarziu. Bet bol tiež očarený, nevedomky sa však viac sústredil na atmosféru dotvárajúcu hudbu, ktorá znela v pozadí. Hneď spoznal valčík z Kačacieho rybníka, ktorý na rúre vedel zahrať aj o polnoci. Po dlhej chvíli dušu hladiacej prehliadky sa rozhodli, že je čas ísť. Ako tak kráčali po kvantách schodov, prebehol okolo nich pán, ktorý pôsobil, že má naponáhlo. V jednej ruke niesol husle, v druhej takmer nedotknutý kúsok pizze. Zaneprázdnený nestíhaním a možno aj jedením si nevšimol, že mu niečo vypadlo z vrečka.

„Pane! Počkajte! Niečo vám vypadlo...“ Bet beznádejne dvihol zo zeme kus papiera.

### Úloha 5

*Na papieriku stálo: usporiadaný rad čísel obsahuje čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 v nejakom poradí. Každé číslo tohto radu, okrem prvého, delí súčet všetkých predchádzajúcich čísel znížený o 1. Ktoré čísla môžu byť posledné v rade, ak je prvým číslom sedmička?*

Druhá strana papierika bola o čosi zaujímavejšia. Stálo tam: Vážení, milí, ctení, kreatívni umelci, dovoľujeme si Vás, hudobne nadaných jedincov, pozvať na talentovú súťaž ‚Hudba je cesta!‘ Pripravte si noty, hlasivky, sláčiky, všetko čo vo Vás je! Ten najlepší okrem uznania a potlesku dostane aj hlavnú cenu, GUMENÉ RUKY!

„Gumené ruky? Po nich túžim roky! S nimi sa mi bude hrať na rúre ako vo sne!“ zajasal Bet.

Moc sa len zasmial na svojom novom priateľovi:

„Myslím, že si ako stvorený na výhru tejto súťaže!“

Bet sa narýchlo rozlúčil a ponáhlal sa domov, aby

si niečo na túto súťaž pripravil. Dlhو do noci sa pripravoval, až kým nebol na sto per-



cent spokojný s tým, čo vytvoril. Skladbu nazval ‚When mama isn’t home‘. Na ďalší deň išiel na súťaž s miernym pocitom nervozity v bruchu, ktorému sa zatiaľ nepoddal. Tréna sa však začala stupňovať s počtom súťažiacich, ktorých videl vo veľkej vstupnej hale. Uvedomil si, že sa tu nachádza mnoho talentovaných ľudí a konkurencia je naozaj veľká. Nenechal sa však úplne rozhodiť a radšej sa sústredil na svoju skladbu. Nechcel, aby sa zopakovalo to, čo sa mu už raz stalo ešte na základnej škole. Na hodine matematiky ho učiteľka vyvolala k tabuli, nech zráta príklad. Ten príklad nebol ťažký, lenže bol naozaj nervóznym z toho, ako sa všetci jeho spolužiaci naňho dívali. Tak len stál pri tabuli a nevydal jedinú hlásku. Prišlo mu to naozaj trápne. Do dnešného dňa si pamätal všetko z toho momentu. Aj znenie toho príkladu. Pre ukludnenie si ho prerátal v hlave, lebo ak dokáže toto, jeho vystúpenie bude hračka. Príklad vyzeral nasledovne:

### Úloha 6

Štvorec  $ABCD$  má veľkosť strany 6 cm. Stredy strán  $AB$  a  $AD$  označme ako body  $E$  a  $F$ . Úsečky  $CF$  a  $DE$  rozdeľujú štvorec na štyri útvary. Vypočítajte obsahy týchto útvarov.

Po úspešnom prerátaní tohto príkladu z detstva si bol úplne istý tým, že svoje vystúpenie zvládne. S hrdo vypätou hrudou vyšiel na pódium, nasadil si tmavé okuliare a začal hrať svoju skladbu. Rúra nebola len rúra, na tých pár sekúnd to bola časť jeho tela, duše. Na konci sa mohol tešiť veľkému potlesku od publika. Najväčší obdiv a úžas prúdil z tretieho radu, v ktorom sedela štvorčlenná skupina hudobníkov. Na prvý pohľad celkom obyčajní mládenci sa od ostatných účinkujúcich nelíšili. Takéto kvarteto ste však na scéne ešte nemali možnosť vidieť. Namiesto klasických hudobných nástrojov svoje pocity prejavovali pomocou kuchynských potrieb. Nie, neboli to gastronómi, nevarili, ale hrali. Chladnička, hrnce, varešky, nie sú to veci podobné rúre? Bet bol v ten moment vskutku šťastný. Už mu ostávalo len čakať na výsledok napohľad prísnej poroty. Porota však bola príliš konzervatívna a nepáčil sa jej Betov nadčasový štýl. Pre Beta a aj ostatných neštandardných súťažiacich bolo veľkým sklamaním, keď sa dozvedeli, že súťaž vyhral namyslený Kanec Západ. Toto sklamanie im však dlho nevydržalo. Potom, ako Kanec Západ obdržal svoju výhru v podobe gumených rúk, chvastal sa tým ešte dobrých 5 minút. Prišiel však čas vyskúšať si hru na hudobný nástroj s týmto vylepšením. Po prvých neúspešných pokusoch však začalo všetkým vrátane Beta dochádzať, že gumené ruky nie sú práve ideálna výhra. Keď však začali hľadať porotu, ktorá sa z ničoho nič vyparila, došlo im, že celá súťaž bola len jeden veľký podfuk. Bet videl rozhorčenie na tvárach mnohých hudobníkov. Aj na tvárach kuchynského kvarteta. Gorazd Chladnička za sebou smutne ťahal svoj nástroj, zatiaľ čo Ludovít Vareška nervózne poklopkával drevenými vareškami. Cítili sa rovnako mizerne ako Bet. Ten nestrácal nádej. Podišiel k nim. Už vo vstupnej hale sa mu zrodil v hlave nápad, s ktorým sa s nimi teraz podelí. Už dlhšie chcel skúsiť niečo väčšie ako kariéru sólového umelca. Teraz to však bola

dokonalá príležitosť. Kvareto bolo Betom očarené. Boli veľmi poctení, že im navrhol vynikajúcu spoluprácu. Len si to predstavte, rezké údery rúry v spojení s lадnými tónmi chladničky, doplnené o svižné varešky a prenikavý zvuk hrnca s čajníkom. Dokonalosť. Áno, presne to vznikne spojením piatich nadčasovo graciózných hudobníkov, ktorých hudbu si naplno užijete aj počas varenia. Z kvarteta sa stalo kvinteto, z nudných chvíľ v reštaurácii sa stal splnený sen a všetci sa mohli naplno venovať tomu, čo zbožňujú. A čo bolo ďalej? To by ste chceli vedieť!

**Autori úloh:** Žaneta Semanišinová, Tomáš Babej, Kristína Mišlanová, Daniel Onduš



- Názov:** MATIK – korešpondenčný matematický seminár  
Číslo 4 • Marec 2018 • Letný semester 31. ročníka
- Internet:** [matik.strom.sk](http://matik.strom.sk)
- E-mail:** [matik@strom.sk](mailto:matik@strom.sk)
- Organizátor:** Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,  
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice  
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

*Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.*



Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

[www.minedu.sk](http://www.minedu.sk) [www.employment.gov.sk/sk/esf/](http://www.employment.gov.sk/sk/esf/) [www.itakademia.sk](http://www.itakademia.sk)