

KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

ČÍSLO 1 – ROČNÍK 38

matik.strom.sk



Ahoj!

Práve sa ti dostal do rúk časopis *MATIK*a! Je to matematický seminár, vďaka ktorému sa na konci polroka môžeš dostať preč zo školy na celý týždeň, počas ktorého zažiješ kopec zábavy a zaujímavých hier. Ak si siedmak, ôsmak alebo deviatak, je presne pre teba! Stačí vyriešiť dvanásť (či toľko, koľko dokážeš) nevšedných úloh, ktorých riešenie nám pošleš dvakrát za polrok, my ich opravíme, a ak budú dostatočne dobré, môžeš očakávať zážitky ako nikdy predtým. V tomto časopise nenájdeš len spomínané úlohy, ale aj pravidlá. Tešíme sa na tvoje riešenia!

vedúci *MATIK*a

Ako bude

Lomihlav

Aj tento rok nás čaká začiatkom decembra súťaž Lomihlav. Je to súťaž štvorčlených družstiev určená pre žiakov siedmeho až deviatego ročníka základných škôl (alebo príslušných ročníkov viacročných gymnázií). Ich úlohou je vyriešiť čo najviac zo 40 matematických úloh, 4 hlavolamov a 4 hádaniek. Súťaž sa uskutoční v piatok 6.12.2024 v priestoroch Gymnázia, Alejová 1 v Košiciach. Registrovať sa môžete do 22.11.2024. Bližšie informácie o registrácii, súťaži a jej predchádzajúcich ročníkoch môžete nájsť na <https://matik.strom.sk/sk/lomihlav/>.

Minisústredenia na školách

Niektoré zážitkové a vzdelávacie aktivity, ktoré robíme, by sme radi priniesli trošku bližšie aj k skupine žiakov ktorí neriešia naše semináre a to v podobe krátkeho matematického sústredenia priamo na škole. V spolupráci so školami organizujeme 1 alebo 2-dňové matematické „minisústredenia“ pre 30 až 60 žiakov 5. - 9. ročníka (vždy rozsah najviac 4 ročníkov). Sústredenia prebiehajú priamo v priestoroch školy. Viac sa dozviete na <https://matik.strom.sk/sk/aktivity/minisustredenia/>.

Máš problém!?

Zduženie STROM ponúka okrem iného aj populárnu jednodňovú súťaž Máš problém?!, ktorú súťažiaci riešia v online prostredí a tentokrát sa bude konať 29.11.2024. Súťaž je určená pre žiakov 4.-9. ročníka a je bezplatná, takže sa neváhajte zapojiť. Viac informácií nájdete na <https://masproblem.strom.sk/>.

Pravidlá súťaže

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov 7. až 9. ročníka základných škôl, resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií a 1. ročníka päťročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší žiaci, v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako siedmci.

Každý ročník pozostáva z dvoch semestrov – zimného a letného – ktoré sú zakončené matematickým sústredením pre najlepších riešiteľov. Jeden semester sa skladá z dvoch sérií, z ktorých každá obsahuje 6 úloh spravidla zoradených od najľahšej po najťažšiu.

Registrácia

Registrovať do semestra sa vieš vytvorením profilu na našej webovej stránke. Následne si vyplníš povinné údaje v užívateľskom profile – Aktualizovať profil v sekcii Správa účtu. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole, v prípade pozývania na sústredenie a tiež, aby sme ťa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálnej časti semináru. Prihláška je povinná pre všetkých riešiteľov semináru. Na tejto stránke nájdeš aj svoje opravené a obodované riešenia, ak si ich posielal elektronicky.

Aby sme ti celý proces registrácie a vyplnenia profilu na našej stránke uľahčili, vytvorili sme na stránke seminar.strom.sk/media/uploads/navod.pdf jednoduchý návod.

Ako písať riešenie

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a ani nikomu nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, **nestačí**. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Slovom rozhodne nešetri. Nezabúdaj, že ak má byť tvoje riešenie matematicky správne, tak musí obsahovať **presné výpočty**, takže čísla, s ktorými počítáš, nemôžu byť zaokrúhlené (napr. ak použiješ kalkulačku, ktorá každú hodnotu spočíta len na určitý počet desatinných miest) alebo odmerané pravítkom. Zároveň opravovateľ musí **vedieť skontrolovať** tvoje riešenie za **primeraný čas**, takže priložiť 100 000 možností vypísaných počítačom nemôžeme ohodnotiť plným počtom bodov.

Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní odpisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke **tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielaj na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uveď výrazne *MATIK*.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať pomocou založeného účtu na našej webovej stránke matik.strom.sk. Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20.00. Dbaj na presné dodržanie termínu odovzdania, či už budeš riešenia posielat poštou, alebo nahrávať cez web (za oneskorenie ti budeme strhávať body). V prípade technických problémov na našej strane posielať riešenia na e-mailovú adresu riesenia@strom.sk s predmetom *MATIK* vo formáte PDF (každé riešenie v samostatnom súbore) najneskôr v deň termínu série do 20.00. Riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený.

Bodovanie

Bodovanie úloh závisí od správnosti a kvality riešenia a za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžeš získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh, preto sa neboj poslať aj svoje neúplné riešenia. Ak budú obsahovať dobré nápady, radi ti za ne dáme nejaké body.

Do celkového poradia sa započítavajú body takto:

- **deviataci, kvarta, prváci na päťročnom gymnáziu:** všetky vyriešené úlohy,
- **ôsmaci, tercia:** päť najlepšie vyriešených úloh plus štvrtý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh,
- **siedmaci, sekunda:** päť najlepšie vyriešených úloh plus druhý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh.

Primáni, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

V prípade, že nie si spokojný s bodovým ohodnotením svojho riešenia, môžeš nám do dvoch týždňov od rozoslania riešení mailom na adresu matik@strom.sk zaslať sťažnosť a tá bude prešetrná.

Príklad

Traja bratia, deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 3 = 21$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 4 = 22$ bodov. Jasné, nie?



Riešenia po termíne

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhne body. Body sa strhávajú podľa dĺžky omeškania nasledovne.

- Do 24 hodín: udeľujeme 2/3 bodov zaokrúhlené nahor.
- Viac ako 24 hodín a do štyroch dní: 1/2 bodov zaokrúhlenú nahor.
- Viac ako štyri dni: riešenie neopravujeme.

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

Odpisovanie

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú aj za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie).

Webová stránka

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každej úlohe je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadania. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu matik@strom.sk.

Sústredenie

Sústredenie je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Sústredenie je určené najmä pre siedmakov až deviatakov na základných školách (a žiakov zodpovedajúcich ročníkov na viacročných gymnáziách), mladší žiaci môžu byť pozvaní ako náhradníci. V prvom rade sú pozvaní víťazi Lomihlava a tí riešitelia *MATIKA*, ktorí získali v semestri aspoň 30 bodov. Ďalší účastníci sú pozývaní podľa poradia Lomihlava. V prípade nízkeho počtu riešiteľov je možné pozvať na sústredenie aj riešiteľov z minulého semestra podľa poradia alebo riešiteľov, ktorí nedosiahli hranicu 30 bodov alebo riešiteľov súťaže *Máš problém?!*, ktorí sa v svojej kategórii umiestnili na jednom z prvých troch miest.

Účast na sústredení je podmienená účasťou na celej dĺžke trvania sústredenia. O prípadnú výnimku je nutné požiadať kontaktnú osobu e-mailom alebo v prihlasovacom formulári. Kontaktná osoba túto žiadosť posúdi a v čo najbližšom čase zašle odpoveď. V prípade porušenia tejto podmienky môžu organizátori účastníka nepozvať na najbližšie sústredenie.

Zadania 1. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **21. Októbra 2024**

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na matik.strom.sk.

Úloha 1

Aradin a Tymiána hrajú hru, v ktorej je 5 kariet s číslami od 1 do 5, každé práve raz. Každý z nich si potiahne jednu kartu s číslom, ktorú vidí len on sám. Po potiahnutí kariet prebehla nasledujúca diskusia:

- Tymiána: „Neviem, koho číslo je väčšie.“
- Aradin: „Ani ja neviem, koho číslo je väčšie.“
- Tymiána: „Tak potom už viem, že tvoje číslo je väčšie.“

Aké číslo má Tymiána a aké Aradin? Nájdite všetky riešenia.

Úloha 2

Abum si z koberca vyrezal štvorec $ABCD$ so stranou dlhou 8 cm. Stred strany AB si označil ako E a následne zo štvorca odstrihol trojuholník BCE . V novovzniknutom útvaru si označil stred strany CE ako F a z útvaru odstrihol trojuholník CDF . Napokon si označil stred strany DF ako G a z útvaru odstrihol trojuholník EFG . Vypočítajte obsah výsledného útvaru, ktorý Abum získal.

Úloha 3

Obchodník na trhu predáva vajcia v košíkoch. Na predaj sú košíky s vajcami v počtoch od 1 do 10 a na začiatku dňa je na stole práve jeden košík z každého počtu. Každé vajce je buď bielej, alebo hnedej farby (v jednom košíku však môžu byť vajcia oboch farieb). Na trh postupne prišli traja zákazníci a každý z nich si kúpil práve 1 košík, pričom:

- po nákupe prvého zákazníka ostalo na stole 5-krát viac bielych ako hnedých vajec,
- po nákupe druhého zákazníka ostalo na stole 6-krát viac bielych ako hnedých vajec,
- po nákupe tretieho zákazníka ostalo na stole opäť 5-krát viac bielych ako hnedých vajec.

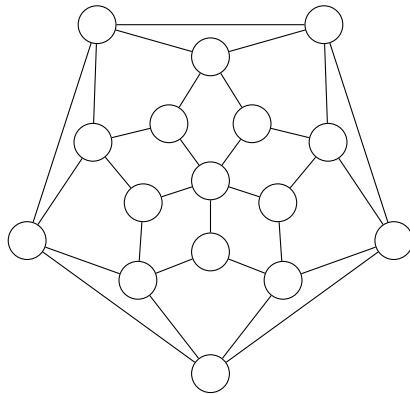
Kolko bielych a kolko hnedých vajec bolo po odchode tretieho zákazníka na stole? Kolko vajec nakúpili jednotliví zákazníci? Nájdite všetky možnosti.

Úloha 4

Na poličku s mriežkou 8×8 ukladáme magické lampy tvaru 1×2 tak, aby platilo, že ak je nejaké políčko zakryté lampou, tak políčko vpravo od neho a políčko pod ním nie je zakryté inou lampou. Koľko najviac lúčok môžeme takto na mriežku poličky položiť?

Úloha 5

Na každom vrchole pohoria stojí človek s nejakým počtom lietajúcich kobercov. Kobercov je spolu 3360. Všetci sa naraz zbavia kobercov tak, že rozpošlú svoje koberce svojim susedom, každému rovnako veľa (čiary v obrázku znázorňujú susednosti vrcholov). Po výmene kobercov má každý človek rovnako veľa kobercov ako na začiatku. Koľko kobercov môže mať človek v strede pohoria? Nájdite všetky možnosti.



Úloha 6

Na plachte používanej na trhovisku tvaru mnohoúhelníka $A_1A_2 \dots A_n$ ofarbíme každú stranu a uhlopriečku načerveno alebo namodro tak, že strany A_1A_2 a A_2A_3 budú červené a strana A_3A_4 a všetky uhlopriečky vedúce z vrcholu A_3 budú modré. Navyše platí, že pri každom takomto ofarbení existuje aspoň 49 dvojfarebných trojuholníkov, pričom existuje aj ofarbenie, pri ktorom ich je práve 49. Nájdite všetky možné hodnoty n .

Zadania 2. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do 18. Novembra 2024

Úloha 1

Na gobelíne tvaru štvoruholníka $ABCD$ existuje na strane AD bod M taký, že trojuholníkové výšivky MCD a MAB sú rovnostranné. Dokážte, že uhlopriečky tohto gobelínu sú rovnako dlhé. Úlohu neriešajte meraním.

Úloha 2

Na stene sú napísané čísla $1, 2, 3, \dots, 673$. Aradin a Bafar striedavo mazávajú čísla, až kým na tabuli neostanú len 2 čísla. Aradin začína. Ak je súčet posledných dvoch čísel deliteľný 8, vyhráva Aradin, ak nie, vyhráva Bafar. Pre ktorého z hráčov existuje výherná stratégia? Výherná stratégia je postup, podľa ktorého hráč vyhrá bez ohľadu na ťahy súpera.

Úloha 3

Magická Anábia sa vyznačuje tým, že každý jej obyvateľ má priradené kladné celé číslo. Zároveň každý pozná len svoje číslo a nepozná číslo ostatných. Traja kamaráti Aradin, Tymiána a Džinus išli jedného dňa za vševedomým zrkadlom, ktoré im prezradilo, že súčet ich čísel je 100. Potom postupne povedali:

1. Tymiána: „Ja a Džinus nemáme rovnaké čísla.“
2. Aradin: „To som už vedel.“
3. Tymiána: „Tak teraz viem aj to, že všetci máme rôzne čísla.“
4. Džinus: „Tak ja už poznám číslo každého z nás.“

Aké čísla boli priradené jednotlivým kamarátom? Nájdite všetky riešenia.

Úloha 4

Tymiána si do piesku napísala tri rôzne prirodzené čísla a označila si ich a, b, c . Následne zistila, že všetky tieto 3 čísla sú prvočísla a aj všetky 3 rozdiely medzi týmito číslami po dvojiciach sú prvočísla. Aké čísla mohla Tymiána napísať na tabuľu? Nájdite všetky možnosti.

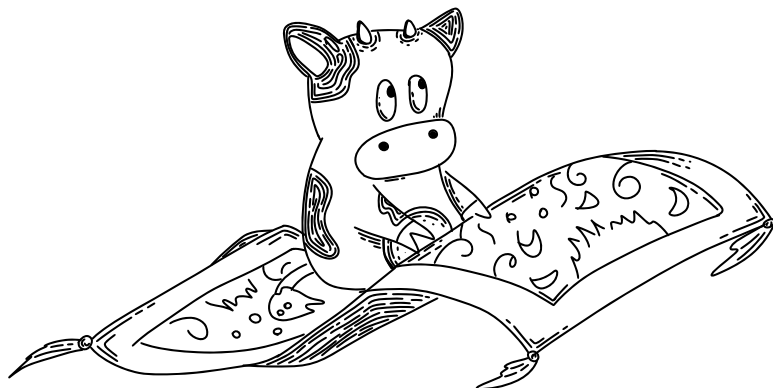
Úloha 5

Do každého riadku tabuľky 9×9 vyšitej na koberci zapíšeme jednu z cifier od 1 do 9 v poradí tak, že v prvom stĺpci začneme ľubovoľnou cifrou a potom do stĺpca napravo píšeme stále číslicu o 1 väčšiu, ale po 9 píšeme 1 (napr. v riadku môžu byť zaradom čísla 7, 8, 9, 1, 2, 3, 4, 5, 6). Tabuľka je úžasná, ak v každom riadku, v každom stĺpci aj na každej najdlhšej diagonále (z rohu do rohu tabuľky) je napísané 9-ciferné číslo, ktoré je deliteľné číslom 9. Koľko rôznych úžasných tabuliek existuje?

Úloha 6

Lichobežníková šatka $ABCD$ je taká, že $|AB| = 8$ cm, $|CD| = 4$ cm a súčet veľkostí uhlov DAB a CBA je 90° . Zistite, akú vzdialenosť môžu mať medzi sebou stredy základní AB a CD . Úlohu neriešajte meraním.





Názov:	<i>MATIK</i> – korešpondenčný matematický seminár Číslo 1 • September 2024 • Zimný semester 38. ročníka
Web:	matik.strom.sk
E-mail:	matik@strom.sk
Riešenia:	Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese riesenia@strom.sk
Organizátor:	Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.