



Milí riešitelia,

prázdniny sa skončili, prišiel nový školský rok a s ním aj 33. ročník **STROMu**. Opäť sme pre vás pripravili série zaujímavých úloh, pri ktorých si môžete otestovať nielen vaše matematické vedomosti, ale hlavne schopnosť logicky myslieť. Pre tých, čo si chcú už od matiky a školy oddýchnuť (netreba to predsa preháňať hneď zo začiatku roka) je tu najnovší výlet. Stretneme sa 20. 9. 2008 o 07:45 pred Železničnou stanicou v Košiciach a pôjdeme na Turniansky hrad a do Zádielu. Viac informácií nájdete na stránke <http://www.strom.sk/vylety>. Prichystali sme pre vás aj ďalšie akcie a súťaže, ktoré by ste si nemali nechať ujsť. Tak hor sa do rátania príkladov a taktiež spoznávania nových vecí a ľudí s vaším **STROMom**.

KMM pokračuje

Ako minulý semester, tak aj teraz pokračujú KMM – Kluby mladých matematikov. Najbližší sa uskutoční 27. septembra o 10:00 na PF UPJŠ v Košiciach. Prednášajúci nebude nikto iný ako RNDr. Róbert Hajduk (robko) a porozpráva nám o „*Le problème des rencontres*“, alebo *ako nezasielať listy*. No a ako sa vraví, nielen matematikou je človek živý, po dobrej prednáške a dobrom obede si zahráme v parku frisbee, prípadne iný šport. Termíny ďalších klubov a akcií po prednáške nájdete na <http://seminar.strom.sk/kmm>.

Problem of the week

Po úspechu v minulom školskom roku sa opäť vracia vaša obľúbená súťaž Problem of the week. Už od 15. septembra na stránke <http://seminar.strom.sk/pow> nájdete každý týždeň jednu novú úlohu. Pravidlá POWu v zimnej časti roku 2008 sa oproti predošlej veľmi nemenili.

Riešenie úloh posielajte mailom na adresu pow@strom.sk, s predmetom správy v tvare POW{poradové číslo úlohy} {meno a priezvisko} (napr. POW1 Jozef Mrkva), v tele správy uveďte vaše riešenie (spravidla je to číslo).

Za správne riešenie každej úlohy môžete získať 1 bod. Ak pošlete riešenie úlohy v týždni, v ktorom bola zadaná, dostanete za správne riešenie 2 body. Ak bude vaše riešenie jedno z prvých piatich správnych riešení v daný týždeň, získate bod navyše, čiže spolu 3 body. Za nesprávnu odpoveď dostanete 0 bodov. Riešenie jednej úlohy je možné poslať len raz.

Úlohy z predošlých týždňov budú na webovej stránke zapísané v archívnom súbore, kde sa postupne budú pridávať jednotlivé úlohy aktuálneho ročníka; bude ich teda možné riešiť až do skončenia súťaže. Počet získaných bodov za jednotlivé úlohy bude aktualizovaný raz týždenne, vždy pri zverejnení novej úlohy. Koniec zimnej časti POW je o polnoci v nedeľu 28.12.2008.

Najlepších z vás čaká prekvapenie.

PALMA

Aj tento rok pre vás pripravujeme programátorskú súťaž pre stredoškolské družstvá s názvom PALMA. Radi uvítame všetkých, ktorí majú chuť si zasúťažiť, otestovať svoje riešiteľské schopnosti, prípadne sa niečo nové naučiť. Bližšie informácie či úlohy z minulého ročníka nájdete na domovskej stránke súťaže: <http://palma.strom.sk>.

Pokyny pre riešiteľov

Seminár je určený pre žiakov prvého až štvrtého ročníka stredných škôl a príslušných tried osemročných gymnázií a bilingválnych gymnázií. Zapojiť sa môžu aj žiaci z nižších ročníkov; v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako prváci. STROM je súťaž jednotlivcov.

Úlohy riešte zásadne samostatne, neodpisujte, v riešeníach vysvetľujte celý svoj myšlienkový postup ako v Matematickej olympiáde. Svoje riešenia môžete posilať poštou alebo e-mailom, nie osobne. Pri opravovaní sa držíme zásady, že čo sa nedá prečítať, nemôže byť ohodnotených bodmi. Preto zväzťe, či nenapíšete svoje riešenie na počítači. Riešenia poštou zasielajte do uvedeného termínu (rozhoduje dátum poštovej pečiatky) na adresu

PF UPJŠ
STROM
Jesenná 5
041 54 Košice.

V prípade zasielania riešení e-mailom ich posielajte na e-mailovú adresu riesenia@strom.sk. Preferujeme súbory vo formáte PDF. Každú úlohu posielajte osobitne a do predmetu e-mailu napíšete (bez diakritiky) Uloha 1, respektíve Uloha 2, respektíve Uloha 3, respektíve Uloha 4. Vaše riešenia musia dôjsť pred polnocou v deň termínu série a len na uvedenú adresu. Ich prijatie bude potvrdené e-mailom. Technické problémy na našej či vašej strane nie sú dôvodom na akceptovanie riešení doručených po termíne.

S prvou sériou, ktorej riešenia nám posielate, pošlite vyplnenú **prihlášku**. Riešenie každej úlohy píšete na samostatný papier **formátu A4**, respektíve do samostatného súboru, na výšku s **menom, školou, triedou a číslom úlohy**. Ak by vám nebolo jasné zadanie niektorej úlohy, obráťte sa na nás cez e-mail strom@strom.sk, prostredníctvom debaty na našej stránke alebo osobne.

Bodovanie úloh závisí od kvality riešenia. Za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžete získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh. Preto sa nebojte poslať aj svoje neúplné riešenia. Do poradia sa započítavajú všetky štyri úlohy + úloha podľa ročníka riešiteľa.

Prvákom sa do poradia navyše započítava najlepšie vyriešená úloha.

Druhák sa do poradia navyše započítava druhá najlepšie vyriešená úloha.

Tretiak sa do poradia navyše započítava tretia najlepšie vyriešená úloha.

Štvrták sa do poradia navyše započítava najhoršie vyriešená úloha.

Varovania (!!!). Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú za odpisovanie a za poslanie riešení po termíne. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie). V prípade, že nie ste spokojní s bodovým ohodnotením vášho riešenia, môžete nám do dvoch týždňov od rozoslania riešení zaslať poštou sťažnosť a tá bude prešetrovaná.

Hlasovanie úloh závisí od zaujímavosti a jedinečnosti vášho riešenia. Radosť vám môže spraviť 1 hlas (prehľadné, jasné riešenie), alebo 2 či 3 hlasy za výnimočné a originálne nápady. Ak nájdete riešenie v literatúre, kladné hlasy si nepripočítate. Naopak, hrôzu budiace riešenia (výzorom, zložitou) získajú -1 hlas. Horšie obídu tí, ktorým za odpisovanie strhneme body. Po ich vydedení počtom odpisujúcich dostanú -3 hlasy, po veľkom odpisovaní je to -5 hlasov. Tak hor sa do hľadania pekných riešení, zabudnime na odpisovanie a hrajme sa s matematikou! Riešitelia s najvyšším počtom hlasov budú na konci semestra odmenení.

Sústredenie je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Zúčastnia sa ho najlepší riešitelia podľa záverečného poradia a členovia minimálne prvých troch najlepších družstiev z matboja, ak sa v príslušnom polroku koná. Prípadní ďalší účastníci a náhradníci sú pozývaní podľa poradia **STROMu** a matboja; nie však tí riešitelia, ktorí už majú

maturitu za sebou. Na sústredenie nebudú vôbec pozvaní riešitelia, ktorí získali v príslušnom semestri –3 alebo menej hlasov.

Zadania úloh zimného semestra 33. ročníka

1 Prvá séria

Termín odoslania riešení: **27. 10. 2008**

1. Slepý Kleofáš má na stole 100 mincí, z ktorých je jedna otočená lícom hore a zvyšné sú otočené rubom hore. Kleofáš hmatom nerozozná rub od líca, môže však mince *presúvať* a *otáčať*. Raz k nemu zostúpil dobrý anjel a ponúkol mu, že ak rozdelí mince na dve kôpky tak, aby bol v každej kôpke rovnaký počet mincí otočených *lícom* hore, prinavrátí mu stratený zrak. Ako môže Kleofáš získať stratený zrak? A čo v prípade, že na začiatku bolo zo 100 mincí 20 otočených lícom hore?
2. Ukážte, že rovnica $15x^2 - 7y^2 = 9$ nemá žiadne celočíselné riešenie.
3. Je daný ostrouhlý trojuholník ABC . Označme S stred kružnice k jemu vpísanej, A_1, B_1, C_1 body dotyku kružnice k a strán BC, CA, AB trojuholníka. Označme ďalej X priesečník priamok B_1C_1 a CS , Y priesečník priamok B_1C_1 a BS . Dokážte, že
 - a) body B, X, Y, C ležia na jednej kružnici,
 - b) body B, X, C_1, S, A_1 ležia na jednej kružnici.
4. a) Nájdite všetky dvojice prirodzených čísel a_1, a_2 , pre ktoré platí

$$\begin{aligned}a_1 &| a_2 + 1, \\ 2a_2 &| a_1 + 2.\end{aligned}$$

- b) Nájdite všetky trojice prirodzených čísel a_1, a_2, a_3 , pre ktoré platí

$$\begin{aligned}a_1 &| a_2 + 1, \\ 2a_2 &| a_3 + 2, \\ 3a_3 &| a_1 + 3.\end{aligned}$$

2 Druhá séria

Termín odoslania riešení: **24. 11. 2008**

1. Janko vie písať iba číslice 2 a 9. Môže napísať číslo, ktoré má práve 2009 číslic a je deliteľné 2^{2009} ? Koľko takých čísel môže napísať?
2. Nech a, b a c sú a) prirodzené b) kladné reálne čísla. Dokážte, že

$$a^a * b^b * c^c \geq (abc)^{\frac{a+b+c}{3}}.$$

3. V rovine je daný trojuholník UVS .
- Zostrojte trojuholník ABC taký, že body U, V, S sú (v tomto poradí) stred strany AC , stred strany BC a päta výšky z vrchola C . Nezabudnite zdôvodniť, že vami zostrojený trojuholník ABC má všetky požadované vlastnosti. Koľko má úloha riešení v závislosti od tvaru daného trojuholníka UVS ?
 - Aké podmienky musí spĺňať trojuholník UVS , aby sa dal zostrojiť trojuholník ABC , v ktorom sú body U a V pätami výšok z vrcholov A a B a bod S je stredom strany AB ?
 - Zostrojte trojuholník ABC z časti b), ak o ňom navyše viete, že je pravouhlý.
4. Je daný ostrouhlý trojuholník ABC . Označme S stred kružnice k jemu vpísanej, A_1, B_1, C_1 body dotyku kružnice k a strán BC, CA, AB trojuholníka. Označme ďalej X priesečník priamok B_1C_1 a CS , Y priesečník priamok B_1C_1 a BS , Z stred strany BC . Dokážte, že
- priamky YZ a AB sú rovnobežné,
 - trojuholník XYZ je rovnostranný práve vtedy, keď veľkosť uhla α je 60° ,
 - spojnica B_1C_1 bodov dotyku kružnice vpísanej danému trojuholníku, os uhla CS a stredná prička rovnobežná s AC sa pretínajú v jednom bode.

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Jednote slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- Prírodovedeckej fakulte UPJŠ v Košiciach
- Copycentrum Pergamon s.r.o.

Názov	STROM – korešpondenčný matematický seminár Číslo 1 • September 2008 • Zimný semester 33. ročníka (2008/2009)
Internet:	http://seminar.strom.sk
E-mail:	strom@strom.sk
Vydáva:	Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Internet:	http://www.strom.sk
E-mail:	zdruzenie@strom.sk