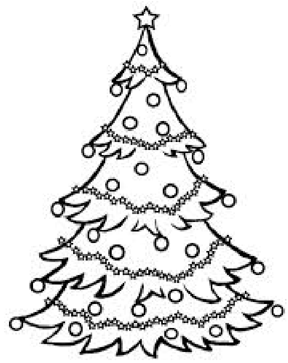
STROM

Korešpondenčný matematický seminár

Ahojte Stromáci!

Cítite to? Že čo? Veľmi dobrá otázka. Pretože ovzduším sa nesie hneď niekoľko dôležitých pachov. Zdrojom toho prvého je pýcha víťazov, ktorí nielenže šikovne zdolali všetky naše úlohy, no vyslúžili si aj popredné miesto na blížiacom sa sústredení. Príčinou ďalšieho je smútok porazených, ktorým želáme veľa šťastia v ďalších sériách. Nemusia však priveľmi trúchliť, pretože do nosov sa nesie už aj aróma Vianoc, a s ňou koláče, koledy, darčeky, rodinná pohoda a iné príjemné veci. Malú ochutnávku toho všetkého nájdete aj na Maxiklube, tak snáď sa tam uvidíme. Ak nie, tak všetko dobré do nového roka!



Vaši **STROM**isti

Maxiklub

Chceš sa schovať pred zimou, či pokecať s niekým o neodolateľnej vôni medovníkov zo špajze? Príď na vianočný Maxiklub, ktorý sa bude konať v sobotu 21.12.2013 od 13:00, na Jesennej 5 v Košiciach, miestnosť P19. Nájdeš tam kopu svojich kamarátov a vedúcich a, samozrejme, dobrú náladu. Budú ťa čakať aj nejaké tie dobroty a možno aj kapustnica. Nezabudni si so sebou zobrať všetky nové historky, či dobrý koláčik :),

Tešíme sa na teba! **STROM**isti

Hlasy

Skôr narodení z vás si možno ešte pamätajú na našu tradíciu udeľovať extrémne originálnym, či neuveriteľne krásnym riešeniam pozitívne hlasy. Udeľovali sa aj záporné, a to za opisovanie, či nečitateľné písmo. Rozhodli sme sa vrátiť k tomuto systému, pretože Miro Stankovič a Tomáš Kekeňák si ich zaslúžili. Áno, ich riešenia boli naozaj také super. A na sústredení ich budú čakať špeciálne ceny za toto víťazstvo v novej súťažnej kategórii s názvom "Najväčší počet hlasov".

Riešenia 2. série úloh Zimného semestra 38. ročníka

1. Majme ostrouhlý trojuholník ABC s $|AB| = 12$ cm a obsahom $S = 24$ cm^2. Je v ňom vpísaný štvorec tak, že jedna strana štvorca leží na strane AB a zvyšné dva vrcholy na zvyšných dvoch stranách. Aká dlhá je strana štvorca?

Opravovali: Rišo Trembecký a Tomáš Babej **Počet riešiteľov: 43**

Riešenie:

Keďže $S = \frac{c \cdot v_c}{2}$, po dosadení S a c dostávame $24 = \frac{12 \cdot v_c}{2}$ a teda $v_c = 4$. Označme si stranu štvorca x. Strana štvorca na strane c vytína dve úsečky, jednu si označme y. Vidíme, že náš štvorec vysekáva z trojuholníka ABC ďalšie tri menšie trojuholníky, preto si obsah S vieme zapísať ako obsah štvorca + obsah troch trojuholníkov:

$$
\begin{aligned}
24 &= x^2 + x(4-x)/2 + yx/2 + (12-x-y)x/2 \\
24 &= x^2 + 2x - x^2/2 + xy/2 + 6x - x^2/2 - xy/2 \\
24 &= 8x \\
x &= 3
\end{aligned}
$$

Komentár: Vyskytli sa dve rodiny riešení - hore uvedené algebraické, a ďalšie, ktoré využívalo podobnosť.

2. Určte, či existuje prirodzené číslo k také, že všetky kladné celé čísla od 1 do k vieme rozdeliť do dvoch skupín tak, že ak v každej skupine čísla vhodne usporiadame za sebou (v nejakom poradí bez medzier), tak sa vytvoria dve nové čísla, ktoré sú rovnaké.

Opravoval: Robčo Tóth **Počet riešiteľov: 23**
Riešenie:

Predpokladajme, že existuje také k. Je zrejmé, že $k \geq 10$, keďže čísla od 1 do 9 nikdy nemajú opakujúce sa cifry. Predpokladajme, že 10^n je najväčšia mocnina čísla 10 menšia alebo rovná k, to znamená $10^n \leq k < 10^{n+1}$. Potom 10^n musí patriť do jednej z množín, a teda vzniknuté číslo z tejto množiny musí mať v rade za sebou n núl, pred ktorými je číslica 1. Keďže prirodzené čísla nie sú zapisované s nulami na začiatku, tento reťazec jednotky a n núl sa nemohol vytvoriť v druhom čísle pridaním dvoch, alebo viacerých prirodzených čísel, takže sa takýto reťazec musí vytvoriť z jedného prirodzeného čísla. Najbližšie najmenšie prirodzené číslo obsahujúce takýto reťazec je však 10^{n+1}. Čiže ak by čísla mali byť zhodné, v druhej množine by sme museli použiť číslo väčšie, alebo rovné 10^{n+1}. To by ale znamenalo, že $10^{n+1} \leq k$, a to je spor s predpokladom. Takéto prirodzené číslo teda neexistuje.

Komentár: Riešenia boli takmer všetky správne, ale replika "a takto to pôjde až do nekonečna, takže nič z toho" nie je veľmi exaktnou matematickou cestou, ako niekoho o niečom naozaj presvedčiť, lebo do nekonečna sa nikdy nedostane :)

3. Bod D leží na priemere AB polkružnice k. Kolmica na AB prechádzajúca bodom D pretína k v bode C. Dĺžky kružnicových oblúkov AC a CB sú v pomere 1:2. Nájdite hodnotu pomeru $|AD| : |DB|$.

Opravovali: Janka Baranová a Ivka Gašková **Počet riešiteľov: 42**
Riešenie:

V nasledujúcom texte budeme ako uhol oblúka XY kružnice k rozumieť veľkosť uhla, ktorý zvierajú spojnice bodov X a Y so stredom k. Dĺžka oblúku kružnice sa dá vyjadriť ako $ru/360°$, kde r je polomer kružnice a u uhol oblúku. Pomer dĺžok dvoch oblúkov tej istej kružnice teda vyjadruje zároveň aj pomer ich uhlov. Takže vieme, že pomer veľkostí uhlov oblúkov AC a CB je $1 : 2$. Keďže uhol oblúka AB je $180°$ (AB je priemerom), uhol AC je $60°$ a uhol CB je $120°$. Nech S je stredom kružnice k. AS a SC majú rovnakú veľkosť a zvierajú uhol $60°$, takže trojuholník ASC je rovnostranný. Z vlastností výšky v rovnostrannom trojuholníku je zrejmé, že bod D sa nachádza v strede úsečky AS. AS má rovnakú veľkosť ako SB a AD rovnakú ako DS, pomer $|AD| : |DB|$ je teda $1 : 3$.
Komentár: Úloha mnohým z vás nerobila žiadne problémy, o čom svedčí aj veľký počet 9-bodových riešení.

4. Na stole sú tri tyče označené písmenami A, B a C. Na tyči A je nastoknutých 10 deravých mincí. Každá má inú veľkosť a sú zoradené od najmenšej naspodku po najväčšiu na vrchu. Na ostatných tyčiach nie je žiadna minca. Na koľko najmenej presunutí sa dá týchto 10 mincí presunúť na tyč C, ak vždy môžeme presúvať iba jednu mincu naraz, nikdy nemôžeme položiť menšiu na väčšiu a jediné dovolené presuny sú medzi tyčami A a B a medzi tyčami B a C?

Opravovali: Matúš Hlaváčik a Peter Milošovič **Počet riešiteľov: 29**
Riešenie:

Ako prvé si musíme uvedomiť, že ak sa počas celého procesu stane, že mince sú na tyčiach rozostavené tak, ako už niekedy boli, zaručene nejde o najmenší možný počet presunov. Pri takýchto úlohách má zvyčajne obrovský zmysel vyskúšať si to na jednoduchších prípadoch, napr. pre 3 mince. Ak to totiž človek vyskúša, zistí, že presun troch mincí úzko súvisí s presunom dvoch mincí - najmenšiu tretiu mincu totiž nemožno presunúť nikde, pokiaľ nepresunieme väčšie dve. Tvárme sa teda nachvíľu, že poznáme riešenie úlohy pre menší počet mincí - deväť - a označme ho $f(9)$. Ako vyzerá situácia, v ktorej sa snažíme prvý krát posunúť desiatu mincu? Na tyči A musí byť len táto minca, lebo ináč by sme ňou nemohli hýbať. Na tyči B nemôže byť žiadna, pretože jediné miesto, kam mincu môžeme presunúť,

je tyč B a na väčšiu mincu túto pokladať nemôžeme. Je teda zrejmé, že všetky ostatné mince ležia usporiadane na tyči C. To ale znamená, že sme doposiaľ spravili aspoň $f(9)$ ťahov a ak sa snažíme počet ťahov minimalizovať, tak optimálne presne toľko. Presuňme teda najmenšiu mincu na tyč B. Aby sme ju mohli presunúť na tyč C, opäť musí nastať obdobná situácia - na tyči A sú všetky okrem nej, na tyči B je len ona a na tyči C nie je nič. Minimálny počet presunov, ktoré teraz potrebujeme, je tiež $f(9)$, stačí si len uvedomiť, že úloha je symetrická vzhľadom na tyče A a C. Presuňme teraz najmenšiu mincu na tyč C. Aký najmenší počet krokov treba, aby sme tam dostali aj zvyšok veže? Odpoveď je opäť $f(9)$. Ukázali sme teda, že $f(10) = 3f(9) + 2$.
Každému je zrejmé, že táto úvaha sa dá zovšeobecniť na ľubovoľný počet mincí ($f(n+1) = 3f(n) + 2$.) a jediné, čo potrebujeme k úspešnému zdolaniu úlohy, je zistiť, koľko najmenej treba presunov pre jednu jedinú mincu. Jednu presunieme na dva ťahy. Zvyšok doráta napríklad náš kamarát počítač, alebo kalkulačka :) 59048!!!

Komentár: Rekurentný vzťah bol pre mnohých nezaujímavý a pustili sa hneď do dokazovania všeobecného riešenia tejto úlohy, ktorý bol závislý iba od počtu všetkých mincí. To je v poriadku, no uvítame, ak budete spokojní s akýmkoľvek správnym riešením. Pri predvádzaní sa sa totiž môže ľahko stať, že v niektorom z alternatívnych riešení spravíte zbytočnú chybu. Ešte raz sa ospravedlňujeme za pôvodné, chybné zadanie, ktoré sa asi napriek našej snahe nestihlo dostať ku všetkým riešiteľom. Alebo máme veriť, že si niekto nečíta pozorne upozornenia v časopise so vzorovými riešeniami?

5. Nájdite všetky kladné celé čísla x, y, z, pre ktoré platí $4^x + 3^y = z^2$.

Opravoval: Matúš Stehlík **Počet riešiteľov: 24**
Riešenie:

Upravme rovnosť $4^x + 3^y = z^2 \iff 2^{2x} + 3^y = z^2$ na tvar

$$3^y = (z - 2^x)(z + 2^x),$$

na ľavej strane je mocnina 3, teda musí byť aj na pravej. Keďže $x, y, z \geq 1$, tak $(z + 2^x)$ a $(z - 2^x)$ sú rôzne mocniny 3. Ich rozdiel je 2^{x+1}, čo nie je deliteľné 3, preto musí byť menšie z nich rovné $1 = 3^0$ (inak by boli obe deliteľné 3 a teda aj ich rozdiel). Takže

$$1 = z - 2^x \qquad 3^y = z + 2^x$$

odtiaľ dosadením z z prvej rovnice do druhej máme

$$3^y - 1 = 2^{x+1} \tag{1}$$

Teraz rozoberieme dva prípady.

- y je párne, nech $y = 2k$. Vzťah (1) môžeme upraviť na tvar
$$(3^k - 1)(3^k + 1) = 2^{x+1}.$$
Činitele na ľavej strane musia byť mocniny 2 s rozdielom 2. Jediné také sú 2 a 4, čiže $3^k - 1 = 2$ a $3^k + 1 = 4$. To sa realizuje pre $k = 1$. Ľahko dopočítame $(x, y, z) = (2, 2, 5)$ a overíme, že je to naozaj riešenie.
- y je nepárne, nech y=2k+1. Vzťah (1) môžeme po vynásobení 3 upraviť na tvar
$$(3^{k+1} - 1)(3^{k+1} + 1) = 2(3 \cdot 2^x + 1).$$
Všimnime si, že ľavá strana je deliteľná 4 (lebo mocniny 3 dávajú po delení 4 len zvyšky ± 1) a pravá strana určite deliteľná 4 nie je (lebo je v tvare 2 krát nepárne číslo). Pre nepárne y teda žiadne riešenia nie sú.

jediné riešenie je $x = 2, y = 2, z = 5$.

Komentár: To, že 4 sa dá napísať ako 2^2 si všimol takmer každý. Problémy však nastali pri otázke: Čo spraviť s nepárnym y? Niektorí sa to snažili ututlať a urobili rozklad $2^y = (z - 3^{y/2})(z + 3^{y/2})$ bez toho, aby rozobrali nepárne y, čo však nefunguje, lebo jednotlivé činitele potom nemusia byť celočíselné, a teda sa nemôžeme baviť o nejakej deliteľnosti. Asi jediná cesta ako tento zradný prípad vyriešiť viedla cez deliteľnosť 4, resp. zvyšky po delení 4.

6. Dokážte, že neexistuje taká funcia $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, že pre všetky kladné reálne x, y platí :

$$f(f(x))^2 = (f(x) + y)f(x + y)$$

Opravoval: Matúš Stehlík **Počet riešiteľov: 6**

Riešenie:

(podľa Miroslava Stankoviča) Ako prvé si dokážeme pomocné tvrdenie, ktoré neskôr v riešení použijeme.

Lema: Ak funkcia $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ je klesajúca, potom existuje $d > 0$ také, že $f(d) > d$. *Pozn.* toto d bude nejaké dostatočne malé číslo, premyslite si!

Dôkaz: Ukážeme spôsob ako nájsť takéto d. Označme $f(1) = \delta > 0$.[1]

- Ak $\delta \geq 1$, tak z toho, že f je klesajúca, máme $f(1/2) > f(1) \geq 1 > 1/2$. Teda $d = \frac{1}{2}$ vyhovuje.
- Ak $\delta < 1$,, z toho, že f je klesajúca, máme $f(\delta) > f(1) = \delta$, takže $d = \delta$ vyhovuje tvrdeniu. □

Teraz ukážeme, že funkcia f je klesajúca. Nech $a, b \in (R)$, pričom $a > b$. Označme

$$x = \frac{b}{2}, \quad y_1 = a - \frac{b}{2}, \quad y_2 = \frac{b}{2},$$

zrejme sú to kladné čísla. Vzťah zo zadania platí pre všetky kladné čísla, teda platí aj keď miesto (x, y) dosadíme dvojice (x, y_1) a (x, y_2). Postupne z prvého a druhého dosadenia dostávame rovnosti

$$(f(x) + y_1)f(x + y_1) = f(f(x))^2 = (f(x) + y_2)f(x + y_2),$$

po spätnej substitúcii máme

$$(f(\frac{b}{2}) + a - \frac{b}{2})f(a) = (f(\frac{b}{2}) + \frac{b}{2})f(b). \qquad (\bigstar)$$

Keďže $a > b$, tak $f(\frac{b}{2}) + a - \frac{b}{2} > f(\frac{b}{2}) + \frac{b}{2}$, teda aby v ($\bigstar$) platila rovnosť, musí byť $f(a) < f(b)$. Toto platí pre ľubovoľnú voľbu $a > b$, takže f je klesajúca.

Podľa lemy existuje nejaké $d > 0$, že $f(d) > d$. Túto nerovnosť si doplňme na rovnosť pomocou $\Delta > 0$, nech $f(d) = d + \Delta$.

Do vzťahu zo zadania dosadíme za (x, y) dvojicu (d, Δ), máme

$$f(f(d))^2 = (f(d) + \Delta)f(d + \Delta),$$

$$f(d + \Delta)^2 = (d + 2\Delta)f(d + \Delta),$$

keďže $f(d + \Delta)$ je kladné, tak môžeme poslednú rovnosť predeliť a dostaneme

$$f(d + \Delta) = (d + 2\Delta)$$

. Teraz si všimneme, že $d + \Delta > d$ a zároveň

$$f(d) = d + \Delta < d + 2\Delta = f(d + \Delta),$$

čo je spor s tým, že f je klesajúca. Preto žiadna funkcia vyhovujúca zadaniu neexistuje.

Komentár: Medzi riešeniami bolo oveľa populárnejšie trošku iné, veľmi neelegantné riešenie, ktoré robilo prakticky to isté vyšetrovaním trošku škaredších výrazov. Úloha sa však netešila veľkému počtu riešení, čo môže súvisieť s tým, že funkcionálne rovnice nie sú práve najznámejšou témou a nie sú veľmi prístupné menej skúseným riešiteľom. Je to však dobrá príležitosť sa niečo naučiť. Prečítaním si nejakého pár stranového materiálu[2] o tejto téme by ste mali získať dostatok vedomostí na vyriešenie aj takejto úlohy.

[1] Krátka lekcia gréckej abecedy: δ a Δ sú postupne malá a veľká delta.

[2] http://www.karlin.mff.cuni.cz/olympiada/anotace/musil.pdf

Poradie po 2. sérii Zimného semestra 38. ročníka

P.	Meno a priezvisko	Trieda	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	H	CS
1.	Roman Staňo	3. A	GPoštKE	9	9	9	9	9	9	0	107
1.	Marko Puza	4. A	GPoštKE	9	9	8	9	9	9	0	107
3.	Miroslav Stankovič	4. A	GPoštKE	7	9	9	9	9	9	1	106
4.	Katarína Krajčiová	Septima	GAlejKE	9	9	9	9	6	9	0	104
5.	Tomáš Kekeňák	2. B	GKuzmKE	9	9	9	9	9	1	1	102
6.	Ľudmila Šimková	Oktáva	GPároNR	9	-	9	8	9	-	0	89
7.	Vladislav Vancák	Oktáva B	GAlejKE	9	9	9	9	-	-	0	88
8.	Lenka Kopfová	8. F	ZHradCZ	9	-	9	8	-	-	0	87
9.	Slavomír Hanzely	Sexta	GMudrPO	7	9	8	2	6	-	0	83
10.	Peter Kovács	Septima	GAlejKE	9	6	9	-	9	-	0	76
11.	Žaneta Semanišinová	Sexta A	GAlejKE	9	9	9	9	6	-	0	75
12.	Jozef Lukáč	4. C	GJiráBJ	9	-	7	4	4	-	0	72
13.	Matej Cerovský	2. A	GŽitaBA	9	9	9	0	5	1	0	70
13.	Alexander Ténai	3. A	GPoštKE	7	9	9	9	9	-	0	70
13.	Kristína Mišlanová	Sexta A	GAlejKE	9	8	9	9	5	-	0	70
13.	Jakub Mach	1. A	GPoštKE	-	-	9	9	-	-	0	70
17.	Tomáš Kuzma	Sexta	GLi69SC	9	-	8	9	9	-	0	67
18.	Pavol Drotár	1. A	GPoštKE	4	-	9	9	-	-	0	66
19.	Daniel Onduš	Sexta A	GAlejKE	9	8	9	9	-	-	0	65
20.	Dominik Krasula	Kvinta	GKrnCZ	-	8	8	1	4	-	0	63
20.	Zoltán Hanesz	1. A	GPoštKE	9	-	9	-	-	-	0	63
22.	Milan Kubala	2. F	GTajoBB	8	8	9	-	-	-	0	58
23.	Henrieta Micheľová	Sexta A	GAlejKE	9	-	9	9	5	-	0	57
24.	Samuel Krajči	Tercia	GAlejKE	9	-	9	-	-	-	0	53
24.	Jana Bátoryová	Oktáva A	GAlejKE	9	-	8	9	-	-	0	53
24.	Adam Urbán	1. A	GPoštKE	9	-	-	-	-	-	0	53
24.	Juraj Mičko	1. A	GPoštKE	8	-	7	9	1	-	0	53
28.	Daniel Staško	3. A	GŠevčPO	4	8	6	6	-	-	0	50
28.	Matej Dujava	3. SB	SPPlPO	8	-	9	6	1	-	0	50
28.	Dorota Jarošová	Septima	GAlejKE	9	7	9	8	-	-	0	50
31.	Eduard Lavuš	1. C	GAlejKE	9	-	-	-	-	-	0	44
32.	Andrea Ženčuchová	3. B	GMudrPO	9	-	8	-	5	-	0	43
32.	Jakub Genči	1. A	GPoštKE	6	-	8	5	-	-	0	43
34.	Michal Pándy	1. A	GPoštKE	9	-	-	-	-	-	0	41
35.	Daniel Koľ	1. A	GPoštKE	-	-	9	-	-	-	0	36
36.	Florián Hatala	3. A	GPoštKE	9	6	9	9	1	-	0	34
36.	Jakub Jambrich	Sexta	GMudrPO	9	3	9	2	9	-	0	34
38.	Radka Bušovská	Sexta A	GAlejKE	7	-	5	-	-	-	0	33
39.	Marek Biroš	3. B	GMudrPO	9	3	9	-	1	-	0	32
39.	Šimon Soták	Sexta A	GAlejKE	-	-	-	-	-	-	0	32
41.	Andrea Fenková	3. A	GPoštKE	-	-	-	7	-	-	0	29
42.	Šimon Vančo	2. B	GŠtúrSL	9	-	8	-	1	-	0	28
43.	Anton Gromóczki	3. A	GPoštKE	9	9	9	-	-	-	0	27
44.	Martin Rapavý	Oktáva A	GAlejKE	9	8	9	-	-	-	0	26
44.	Maroš Polovka	Oktáva	GKukuPP	8	-	-	-	-	-	0	26
46.	Slavomíra Macáková	3. B	GŠrobKE	9	-	9	-	-	-	0	25
47.	Soňa Feciskaninová	Sexta A	GAlejKE	-	-	-	-	-	-	0	20
47.	Eduard Čuba	Septima	GAlejKE	7	-	6	-	1	-	0	20
49.	Dominik Drozd	3. A	GDaxnVT	-	-	-	-	-	-	0	18
49.	Ján Kurimský	2. B	GŠevčPO	-	-	-	-	-	-	0	18
51.	Jozef Janovec	Septima	GAlejKE	6	1	9	-	-	-	0	16
52.	Jana Sadovská	Kvarta A	GMetoBA	-	-	-	-	-	-	0	14
53.	Richard Pavčík	2. F	GTajoBB	-	-	-	-	-	-	0	9
54.	Jakub Hlaváčik	Sexta	GAlejKE	-	-	-	-	-	-	0	8
55.	Alexandra Repíková	Sexta A	GAlejKE	-	-	-	-	-	-	0	3

Pohár konštruktérov Zimného semestra 38. ročníka

P.	Skratka	Škola	P.r.	Body
1.	GPoštKE	Gymnázium Poštová 9 042 52 Košice	15	905
2.	GAlejKE	Gymnázium Alejová 1 041 49 Košice	19	893
3.	GMudrPO	Gymnázium J. A. Raymana Mudroňova 20 081 93 Prešov	4	192
4.	GKuzmKE	Gymnázium s v. j. maď. Kuzmányho 6 041 74 Košice	1	102
5.	GPároNR	Gymnázium Párovská 1 950 50 Nitra	1	89
6.	ZHradCZ	CZŠ sv. Ľudmily Zámecka 57 747 41 Hradec nad Moravici	1	87
7.	GJiráBJ	Gymnázium Jiráskova 12 085 70 Bardejov	1	72
8.	GŽitaBA	Súkromné gymnázium Žitavská 1 821 07 Bratislava 214	1	70
9.	GŠevčPO	Gymnázium sv. Moniky Tarasa Ševčenka 1 080 01 Prešov	2	68
10.	GTajoBB	Gymnázium J. G. Tajovského 25 974 01 Banská Bystrica	2	67
10.	GLi69SC	Gymnázium A. Bernoláka Lichnerova 69 903 01 Senec	1	67
12.	GKrnCZ	Gymnázium Smetanov okruh 4 744 01 Krnov	1	63
13.	SPPlPO	SPŠ elektrotechnická Plzenská 1 080 01 Prešov	1	50
14.	GŠtúrSL	Cirkevné gym. sv. Mikuláša Štúrova 3 064 01 Stará Ľubovňa	1	28
15.	GKukuPP	Gymnázium Kukučínova 058 39 Poprad	1	26
16.	GŠrobKE	Gymnázium Šrobárova 1 042 23 Košice	1	25
17.	GDaxnVT	Gymnázium Dr. Daxnera 88 093 13 Vranov nad Topľou	1	18
18.	GMetoBA	Gymnázium Metodova 2 821 08 Bratislava 2	1	14

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Jednote slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- Prírodovedeckej fakulte UPJŠ v Košiciach

Názov **STROM** -- korešpondenčný matematický seminár
Číslo 3 • December 2013 • Zimný semester 38. ročníka (2013/2014)
Internet: `http://seminar.strom.sk`
E-mail: `strom@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Internet: `http://www.strom.sk`
E-mail: `zdruzenie@strom.sk`